



***ПЕТЕРБУРГСКИЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ
НИЦ КИ (ГАТЧИНА, РОССИЯ)***

Н.К. Плешанов

Квантовые аспекты нейтронной поляризации

**Школа по физике поляризованных нейтронов
14-15 декабря 2017, Гатчина-Петергоф, Россия**

Принцип соответствия в квантовой механике

«Соответствие между квантовой и классической теориями состоит не столько в предельном согласии при $\hbar \rightarrow 0$, сколько в том, что математические операции двух теорий подчиняются во многих случаях тем же законам».

П.А.М. Дирак, Собрание научных трудов. - М.: Физматлит, 2003. -
Т. II Квантовая теория (научные статьи 1924-1947), с. 67.
P.A.M. Dirac, The fundamental equations of quantum mechanics. –
Proceedings of the Royal Society 109 (1925) 642-653.

Цель: поведение нейтронного спина в отсутствии рассеяния
(в однородном магнитном поле).

Нейтрон: $s = \hbar/2$, $s_z = \pm \hbar/2$

Операторы в спиновом подпространстве

Спину сопоставляется квантово-механический оператор \hat{S} , действующий исключительно в спиновом подпространстве, т.е. преобразующий спиновые компоненты волновой функции друг через друга и не «замечающий» пространственные координаты.

$\hat{S} = \hbar\hat{\sigma}/2$ определение через оператор Паули

$\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_X \mathbf{e}_X + \hat{\sigma}_Y \mathbf{e}_Y + \hat{\sigma}_Z \mathbf{e}_Z$ оператор Паули в представлении с осью квантования Z

$\hat{\sigma}_X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}_Z$ $\hat{\sigma}_Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}_Z$ $\hat{\sigma}_Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}_Z$ матрицы Паули (ось квантования указана явно)

$$\hat{\sigma}_X^2 = \hat{\sigma}_Y^2 = \hat{\sigma}_Z^2 = 1 \quad \hat{\sigma}^2 = 3$$

$$[\hat{\sigma}_X, \hat{\sigma}_Y] = i\hat{\sigma}_Z, [\hat{\sigma}_Z, \hat{\sigma}_X] = i\hat{\sigma}_Y, [\hat{\sigma}_Y, \hat{\sigma}_Z] = i\hat{\sigma}_X$$

Вектор нейтронной поляризации

$\mathbf{P} = \langle \hat{\sigma} \rangle \equiv \langle \Psi | \hat{\sigma} | \Psi \rangle / \langle \Psi | \Psi \rangle$ вектор поляризации; проекция P на любую ось задает среднюю (по множеству измерений) проекцию спина

$\mathbf{P} = \text{Tr}(\hat{\rho}\hat{\sigma})$ ($\hat{\rho}$ = оператор спиновой плотности)

Геометрическая визуализация спинора

$$\langle A|A\rangle = 1$$

$$|A\rangle = \begin{pmatrix} a_{\uparrow} \exp(i\alpha_{\uparrow}) \\ a_{\downarrow} \exp(i\alpha_{\downarrow}) \end{pmatrix}_Z$$

$$a_{\uparrow, \downarrow} \geq 0 \quad a_{\uparrow}^2 + a_{\downarrow}^2 = 1$$

спинор в представлении с осью квантования Z (указываем явно)

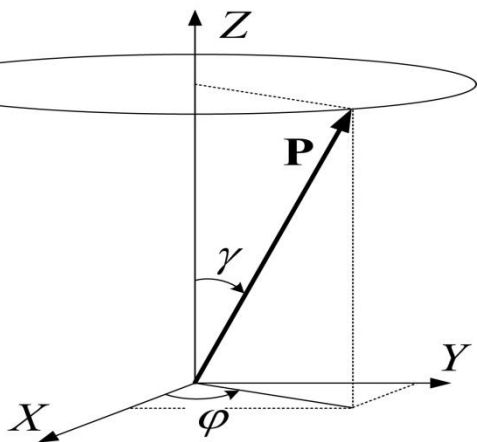
$$\varphi = \alpha_{\downarrow} - \alpha_{\uparrow}, \quad a_{\uparrow} = \cos(\gamma/2), \quad a_{\downarrow} = \sin(\gamma/2)$$

$$|A\rangle = \exp\left(i\frac{\alpha_{\uparrow} + \alpha_{\downarrow}}{2}\right) \begin{pmatrix} \cos(\gamma/2) \exp(-i\varphi/2) \\ \sin(\gamma/2) \exp(i\varphi/2) \end{pmatrix}_Z$$

каноническая запись спинора

$$\mathbf{P} = (\langle A|\sigma_X|A\rangle, \langle A|\sigma_Y|A\rangle, \langle A|\sigma_Z|A\rangle)_Z = (\sin\gamma \cos\varphi, \sin\gamma \sin\varphi, \cos\gamma)_Z$$

вектор поляризации



Вектор поляризации P визуализирует спинор (кет-вектор спинового подпространства), параметры которого задают углы γ и φ.

Спинор как суперпозиция ортогональных состояний

$$\langle A|A\rangle = 1$$

$$|A\rangle = \begin{pmatrix} a_{\uparrow} \exp(i\alpha_{\uparrow}) \\ a_{\downarrow} \exp(i\alpha_{\downarrow}) \end{pmatrix}_Z$$

$$a_{\uparrow, \downarrow} \geq 0 \quad a_{\uparrow}^2 + a_{\downarrow}^2 = 1$$

спинор в представлении с осью квантования Z (указываем явно)

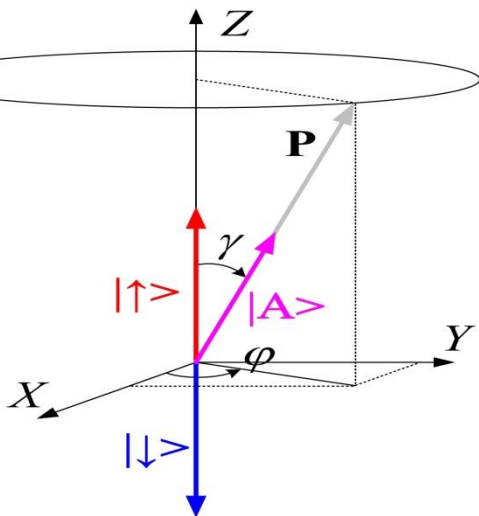
$$\varphi = \alpha_{\downarrow} - \alpha_{\uparrow}, \quad a_{\uparrow} = \cos(\gamma/2), \quad a_{\downarrow} = \sin(\gamma/2)$$

$$|A\rangle = \exp\left(i\frac{\alpha_{\uparrow} + \alpha_{\downarrow}}{2}\right) \begin{pmatrix} \cos(\gamma/2) \exp(-i\varphi/2) \\ \sin(\gamma/2) \exp(i\varphi/2) \end{pmatrix}_Z$$

каноническая запись спинора

$$\mathbf{P} = (\langle A|\sigma_X|A\rangle, \langle A|\sigma_Y|A\rangle, \langle A|\sigma_Z|A\rangle)_Z = (\sin \gamma \cos \varphi, \sin \gamma \sin \varphi, \cos \gamma)_Z$$

вектор поляризации



Спинор как суперпозиция ортогональных состояний $|\uparrow\rangle$ («спин вверх») и $|\downarrow\rangle$ («спин вниз»); спин вдоль \mathbf{P} визуализирует кет-вектор $|A\rangle$

Уравнение движения вектора нейтронной поляризации

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_n(\mathbf{r}, t) - \mu_n \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$$

гамльтониан нейтрона в магнитной среде
(континуальный потенциал)

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{dt} = \cancel{\frac{\partial \hat{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial t}} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}]$$

по общему правилу квантовой механики

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} \left\langle \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \mu_n \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \hat{\boldsymbol{\sigma}} \right] \right\rangle$$

для средних значений
(уравнение движения P)

отбрасывание оператора кинетической энергии =

переход в систему координат нейтрона, движущегося
с неизменной скоростью, т.е. без рассеяния (!)

Уравнение движения вектора нейтронной поляризации

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V_n(\mathbf{r}, t) - \mu_n \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$$

гамльтониан нейтрона в магнитной среде
(континуальный потенциал)

$$\frac{d\hat{\boldsymbol{\sigma}}}{dt} = \frac{\partial \hat{\boldsymbol{\sigma}}}{\partial t} + \frac{i}{\hbar} [\hat{H}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}]$$

по общему правилу квантовой механики

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \frac{i}{\hbar} \left\langle \left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta - \mu_n \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{B}(\mathbf{r}, t), \hat{\boldsymbol{\sigma}} \right] \right\rangle$$

для средних значений
(уравнение движения P)

отбрасывание оператора кинетической энергии =
переход в систему координат нейтрона, движущегося
с неизменной скоростью, т.е. без рассеяния (!)

$$\langle \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) \rangle = \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)$$

условие однородности поля в области
нейтронного волнового пакета

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{B}(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_0 t, t) = \mathbf{B}(t)$$

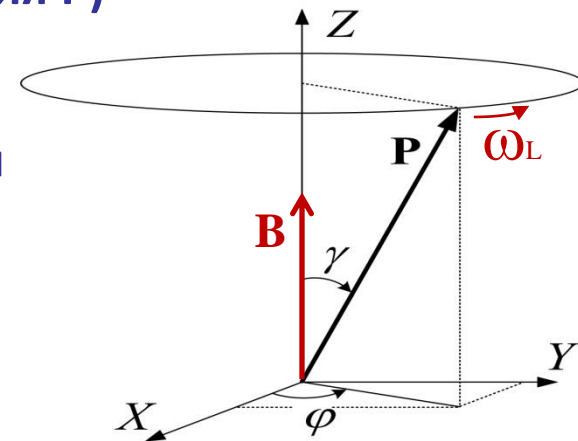
введение нейтронной траектории

$$\frac{d\mathbf{P}(t)}{dt} = \gamma_n \mathbf{P}(t) \times \mathbf{B}(t) = \boldsymbol{\omega}_L(t) \times \mathbf{P}(t)$$

ларморовское уравнение
движения P (!!!)

$$\boldsymbol{\omega}_L(t) \parallel \mathbf{B}(t)$$

$$\omega_L = 2|\mu_n|B/\hbar$$



В однородном поле
равномерная ларморовская прецессия

Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Плосковолновое решение

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - \mu_n \hat{\sigma} \mathbf{B} \right) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle$$

уравнение Шредингера для нейтрона в однородной магнитной среде

при $\mathbf{Z} \parallel \mathbf{B}$:

$$|\Psi(\mathbf{r})\rangle = \begin{pmatrix} \Psi_+(\mathbf{r}) \\ \Psi_-(\mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_+(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n + |\mu_n| B \right) \Psi_+(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{\sigma} \mathbf{B} = \hat{\sigma}_z B = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & -B \end{pmatrix}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_-(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - |\mu_n| B \right) \Psi_-(\mathbf{r}, t)$$

для состояний со спином по (+) и против (-) поля

$$\Psi_{\pm}(\mathbf{r}, t) = \exp[i(\mathbf{k}_{\pm} \mathbf{r} - \omega t)]$$

$$E = \hbar \omega$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp(-i\omega t) \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp(i\mathbf{k}_+ \mathbf{r}) \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp(i\mathbf{k}_- \mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

плосковолновое решение для нейтрона с полной энергией E

при $\mathbf{k}_+ \parallel \mathbf{k}_- \parallel \mathbf{u}$, $|\mathbf{u}|=1$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp(-i\omega t) \exp(i\hat{\mathbf{k}} \mathbf{u} \mathbf{r}) |\Psi(0, 0)\rangle$$

решение в операторной форме

$$k = \sqrt{2m_n E} / \hbar$$

$$k_{\pm} = k \sqrt{1 - (V_n \pm |\mu_n| B) / E}$$

$$\mathbf{b} = \mathbf{B} / B$$

$$\hat{\mathbf{k}} = k \sqrt{1 - (V_n + |\mu_n| \hat{\sigma} \mathbf{B}) / E} = (k_+ + k_-) / 2 + \hat{\sigma} \mathbf{b} (k_+ - k_-) / 2$$

$$|\Psi(0, 0)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \\ a_- \exp(i\alpha_-) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Плосковолновое решение

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - \mu_n \hat{\sigma} \mathbf{B} \right) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle$$

уравнение Шредингера для нейтрона в однородной магнитной среде

при $\mathbf{Z} \parallel \mathbf{B}$:

$$|\Psi(\mathbf{r})\rangle = \begin{pmatrix} \Psi_+(\mathbf{r}) \\ \Psi_-(\mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_+(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n + |\mu_n| B \right) \Psi_+(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{\sigma} \mathbf{B} = \hat{\sigma}_z B = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & -B \end{pmatrix}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_-(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - |\mu_n| B \right) \Psi_-(\mathbf{r}, t)$$

для состояний со спином по (+) и против (-) поля

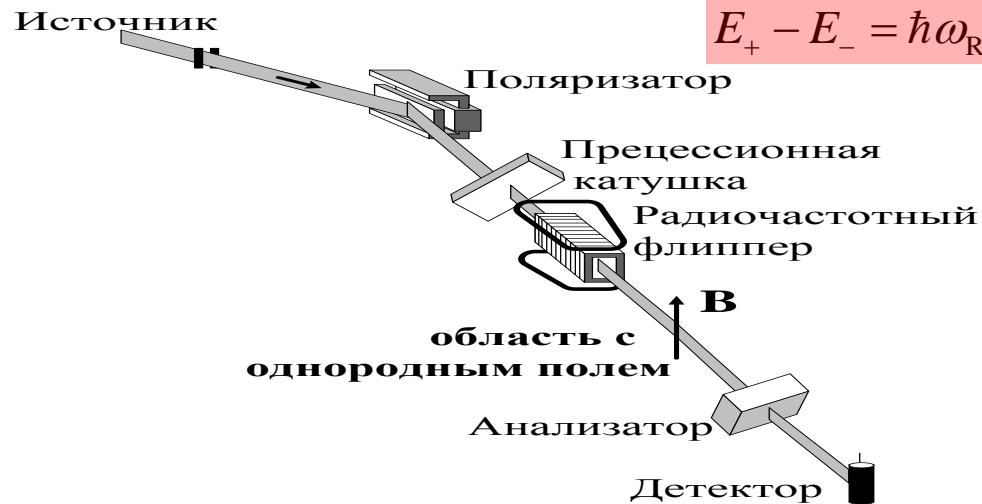
$$\Psi_{\pm}(\mathbf{r}, t) = \exp[i(\mathbf{k}_{\pm} \mathbf{r} - \omega_{\pm} t)]$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

нейтрон с разными энергиями в состояниях (\pm) можно приготовить с РЧ-флиппером

$$E_+ - E_- = \hbar \omega_{\text{RF}}$$



Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Плосковолновое решение

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - \mu_n \hat{\sigma} \mathbf{B} \right) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle$$

уравнение Шредингера для нейтрона в однородной магнитной среде

при $\mathbf{Z} \parallel \mathbf{B}$:

$$|\Psi(\mathbf{r})\rangle = \begin{pmatrix} \Psi_+(\mathbf{r}) \\ \Psi_-(\mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_+(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n + |\mu_n| B \right) \Psi_+(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{\sigma} \mathbf{B} = \hat{\sigma}_z B = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & -B \end{pmatrix}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_-(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - |\mu_n| B \right) \Psi_-(\mathbf{r}, t)$$

для состояний со спином по (+) и против (-) поля

$$\Psi_{\pm}(\mathbf{r}, t) = \exp[i(\mathbf{k}_{\pm} \mathbf{r} - \omega_{\pm} t)]$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

нейтрон с разными энергиями в состояниях (\pm) можно приготовить с РЧ-флиппером

общее решение в операторной форме в виде суперпозиции двух плосковолновых состояний нейтрона со своей энергией (E_1 или E_2) и ориентацией спина:

$$\omega_{1,2} = E_{1,2} / \hbar$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = A_1 \exp(-it\omega_1) \exp(i\hat{k}_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{r}) |\Psi_1(0,0)\rangle + A_2 \exp(-it\omega_2) \exp(i\hat{k}_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{r}) |\Psi_2(0,0)\rangle$$

$$\mathbf{k}_{\pm 1,2} \parallel \mathbf{u}_{1,2}, \quad |\mathbf{u}_{1,2}| = 1$$

$$\hat{k}_{1,2} = k \sqrt{1 - (V_n + |\mu_n| \hat{\sigma} \mathbf{B}) / E_{1,2}}$$

в общем случае $\langle \Psi_1(0,0) | \Psi_2(0,0) \rangle \neq 0$

Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Плосковолновое решение

$$i\hbar \frac{d}{dt} |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - \mu_n \hat{\sigma} \mathbf{B} \right) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle$$

уравнение Шредингера для нейтрона в однородной магнитной среде

при $\mathbf{Z} \parallel \mathbf{B}$:

$$|\Psi(\mathbf{r})\rangle = \begin{pmatrix} \Psi_+(\mathbf{r}) \\ \Psi_-(\mathbf{r}) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_+(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n + |\mu_n| B \right) \Psi_+(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{\sigma} \mathbf{B} = \hat{\sigma}_z B = \begin{pmatrix} B & 0 \\ 0 & -B \end{pmatrix}$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} \Psi_-(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + V_n - |\mu_n| B \right) \Psi_-(\mathbf{r}, t)$$

для состояний со спином по (+) и против (-) поля

$$\Psi_{\pm}(\mathbf{r}, t) = \exp[i(\mathbf{k}_{\pm} \mathbf{r} - \omega_{\pm} t)]$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

нейтрон с разными энергиями в состояниях (\pm) можно приготовить с РЧ-флиппером

$$\mathbf{P} = \langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \hat{\sigma} | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle / \langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle$$

$$\langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \int_{\Omega} d^3 \mathbf{r} = \Omega$$

$\Omega \rightarrow \infty$

$$P_x = \frac{2a_+ a_-}{\Omega} \int_{\Omega} \cos[(k_- - k_+) \mathbf{u} \mathbf{r} + t\Delta E / \hbar + \alpha_- - \alpha_+] d^3 \mathbf{r} = 0$$

$$P_y = \frac{2a_+ a_-}{\Omega} \int_{\Omega} \sin[(k_- - k_+) \mathbf{u} \mathbf{r} + t\Delta E / \hbar + \alpha_- - \alpha_+] d^3 \mathbf{r} = 0$$

$$P_z = a_+^2 - a_-^2$$

\Rightarrow формальный подход к расчету \mathbf{P} с использованием точного решения не выявляет прецессии

Оператор спина в точке

$$\hat{\sigma}(\mathbf{r}) \equiv \hat{\sigma} \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) \hat{\sigma}$$

(произведение эрмитовых коммутирующих операторов)

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \langle \Psi(\mathbf{r}', t) | \hat{\sigma}(\mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}', t) \rangle / \langle \Psi(\mathbf{r}', t) | \delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}', t) \rangle$$

вектор поляризации нейтрона в точке \mathbf{r} (в любой момент t)

$$\delta(\mathbf{r}_0 - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = | \Psi(\mathbf{r}_0, t) \rangle$$

δ -функция «вырезает» в конфигурационном пространстве кет-вектор спинового подпространства.

Также ср. скалярные произведения:

$$\langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \int [|\Psi_+(\mathbf{r}', t)|^2 + |\Psi_-(\mathbf{r}', t)|^2] d^3 \mathbf{r}'$$

$$\langle \Psi(\mathbf{r}_0, t) | \Psi(\mathbf{r}_0, t) \rangle = |\Psi_+(\mathbf{r}_0, t)|^2 + |\Psi_-(\mathbf{r}_0, t)|^2$$

Движение вектора нейтронной поляризации

$$| \Psi(t) \rangle = \delta(\mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_u t - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle$$

значения волновой функции при движении со скоростью \mathbf{v}_u вдоль «траектории» нейтрона из точки \mathbf{r}_0 ($t = 0$)

$$\mathbf{P}(t) = \langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \hat{\sigma}(\mathbf{v}_u t) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle \equiv \langle \Psi(\mathbf{r}, t) | \hat{\sigma} \delta(\mathbf{v}_u t - \mathbf{r}) | \Psi(\mathbf{r}, t) \rangle = \langle \Psi(t) | \hat{\sigma} | \Psi(t) \rangle$$

$$\langle \Psi(t) | \Psi(t) \rangle = 1$$

уравнение движения вектора поляризации при движении со скоростью \mathbf{v}_u по «траектории» (здесь из начала координат: $\mathbf{r}_0 = 0$ при $t = 0$)

Прецессия нейтронного спина

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar$$

$$v_{\pm} = \hbar k_{\pm} / m_n$$

скорости нейтрона со спином по (+) и против (-) поля

$$\mathbf{v}_p = (\mathbf{v}_+ + \mathbf{v}_-) / 2$$

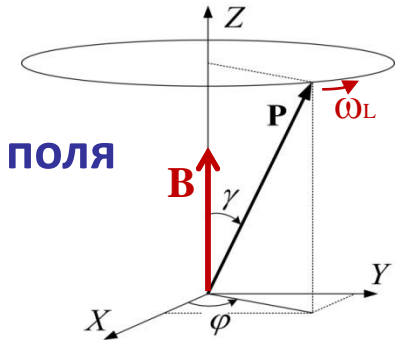
пилотная скорость

$$|\Psi(t)\rangle = \delta(\mathbf{v}_p t - \mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \exp\left(-it \frac{\omega_+ + \omega_-}{2}\right) \cdot \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp(-i\omega_L t / 2) \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp(i\omega_L t / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{P} = \langle \Psi(t) | \hat{\boldsymbol{\sigma}} | \Psi(t) \rangle = (\sin \gamma \cos(\varphi_0 + \omega_L t), \sin \gamma \sin(\varphi_0 + \omega_L t), \cos \gamma)_{\mathbf{B}}$$

ларморовская прецессия

$$\varphi_0 = \alpha_- - \alpha_+$$



При выборе движения с *пилотной скоростью* вектор поляризации прецессирует вокруг поля \mathbf{B} с ларморовской частотой независимо от разности энергий нейтрона в состояниях со спином по полю и против поля, в т.ч. при равенстве этих энергий.

Использование *пилотной скорости* существенно расширяет возможность применения концепции ларморовской прецессии в область очень медленных нейтронов, когда разница между скоростями v_+ и v_- становится заметной.

Прецессия нейтронного спина

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar$$

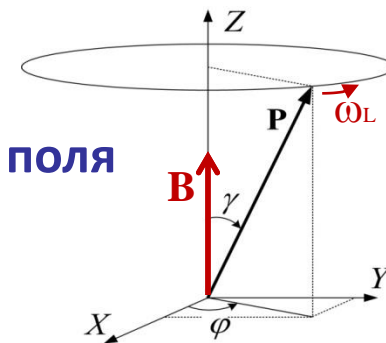
$$v_{\pm} = \hbar k_{\pm} / m_n$$

скорости нейтрона со спином по (+) и против (-) поля

$$\mathbf{v}_p = (\mathbf{v}_+ + \mathbf{v}_-) / 2$$

пилотная скорость

$$\mathbf{P} = \langle \Psi(t) | \hat{\sigma} | \Psi(t) \rangle = (\sin \gamma \cos(\varphi_0 + \omega_L t), \sin \gamma \sin(\varphi_0 + \omega_L t), \cos \gamma)_{\mathbf{B}}$$

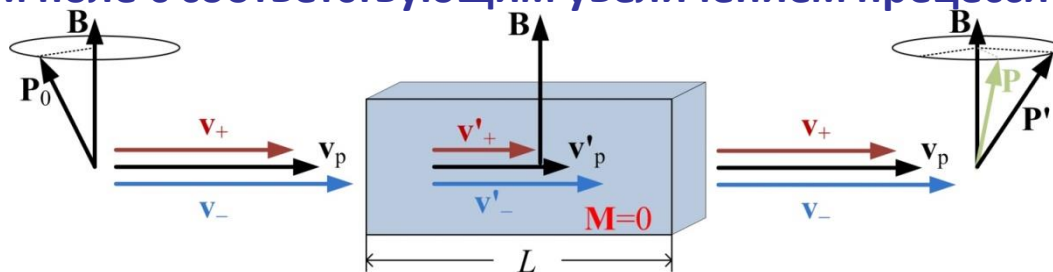


Нейтронно-оптическое вращение спина

[A.I. Frank, Nucl. Instr. Meth. A 284 (1989) 161

M. Hino, N. Achiwa, S. Tasaki, T. Ebisawa, T. Akiyoshi, Physica B 213&214 (1995) 842]

Эффект «дополнительного к ларморовскому» изменения угла прецессии спина в однородном поле при помещении на пути пучка немагнитного бруска (НОВС) получает простое объяснение, не выходящее за рамки чисто ларморовской прецессии: ядерный потенциал уменьшает скорости нейтрона в бруске и увеличивает время пролета в магнитном поле с соответствующим увеличением прецессионного угла.



$$v_{\pm} = \sqrt{2[E - (V_n \pm |\mu_n| B)] / m}$$

Время прохождения нейтронов через магнитные пленки

[M. Hino, N. Achiwa, S. Tasaki, T. Ebisawa, T. Akiyoshi, T. Kawai, Traversal time through magnetic thin film using Larmor precession. – J. Phys. Soc. Japan 65, Suppl. A (1996) 203]

«Наблюдаемые сдвиги сигналов спин-эхо хорошо согласуются с классической ларморовской прецессией при прохождении по пути луча, преломленного только за счет ядерного потенциала магнитной пленки». Вывод получает свое объяснение, не выходящее за рамки чисто ларморовской прецессии: зависимость эффективной компоненты пилотной скорости ($v_{\perp p}$) от поля нивелируется, а от ядерного потенциала – нет (см. $v_{\perp \pm}$).

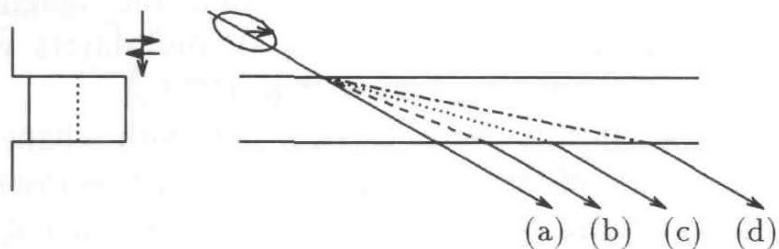
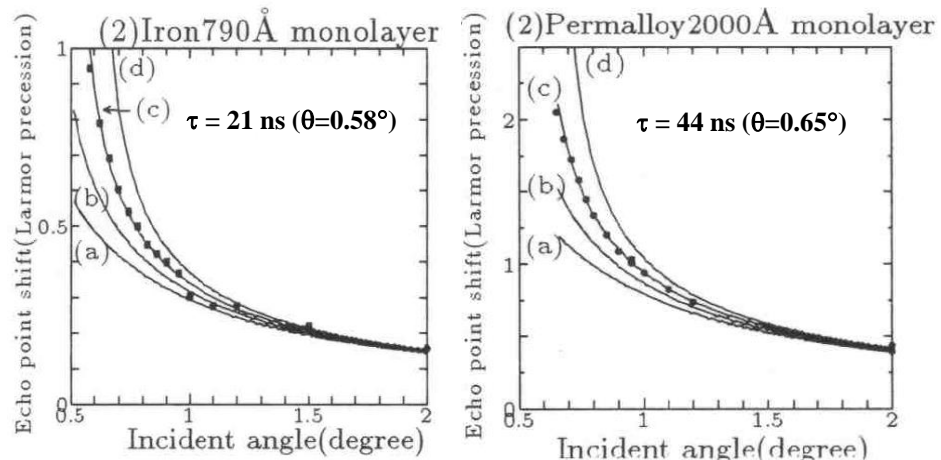


Fig.4. Schematic view of classical neutron paths due to refractions. (a) passing without refraction, (b) refraction path of \downarrow spin, (c) refraction path due to only nuclear potential and (d) refraction path of \uparrow spin neutrons.



The shift of NSE signals transmitted through Fe (79 nm) and permalloy (200 nm) films as a function of the glancing angle θ .

$$v_{\perp p} = (v_{\perp +} + v_{\perp -}) / 2 \quad v_{\perp \pm} = \sqrt{2[E \sin^2 \theta - (V_n \pm |\mu_n| B)] / m}$$

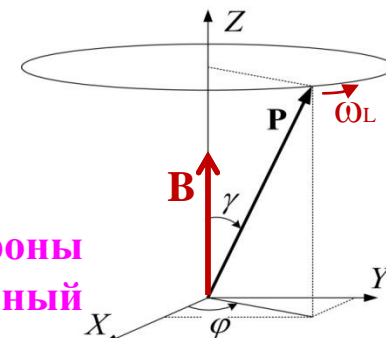
Но: на малых углах скольжения θ использование $v_{\perp n}$ вместо $v_{\perp p} < v_{\perp n}$ приводит к заниженной оценке времени прохождения τ нейтронов через магнитную пленку (фактические τ при углах скольжения 0.58° и 0.65° будут на 7-10% больше заявленных).

[N.K. Pleshanov, Quantum aspects of neutron spin behavior in homogeneous magnetic field. – Physica B 304 (2001) 193-213]

Нефронтальная прецессия нейтронного спина

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp[i(\mathbf{k}_+ \mathbf{r} - \omega_+ t)] \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp[i(\mathbf{k}_- \mathbf{r} - \omega_- t)] \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\omega_{\pm} = E_{\pm} / \hbar$$

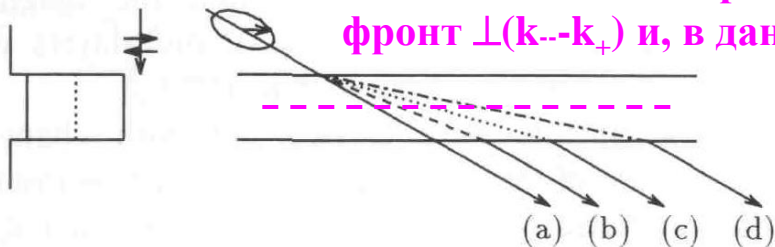


$$(\mathbf{k}_- - \mathbf{k}_+) \mathbf{r} = \text{const}$$

плоскость прецессионного фронта
(одинаковые φ)

$$\mathbf{k}_- \neq \mathbf{k}_+$$

Рефракция на границе сред позволяет готовить нейтроны в состоянии с непараллельными \mathbf{k}_+ и \mathbf{k}_- , прецессионный фронт $\perp (\mathbf{k}_- - \mathbf{k}_+)$ и, в данном случае, \parallel границе раздела сред



для траектории с пилотной скоростью

$$\mathbf{v}_p = (\mathbf{v}_+ + \mathbf{v}_-) / 2$$

прецессия остается ларморовской:

$$\mathbf{P} = \langle \Psi(t) | \hat{\sigma} | \Psi(t) \rangle = (\sin \gamma \cos(\varphi_0 + \omega_L t), \sin \gamma \sin(\varphi_0 + \omega_L t), \cos \gamma)_{\mathbf{B}}$$

Благодаря лучепреломлению при отражении с флиппированием спина от зеркала в магнитном поле (эффект Игнатовича), прецессионный фронт в отраженном пучке также параллелен границе раздела.

\mathbf{k}_+ - падающая волна,

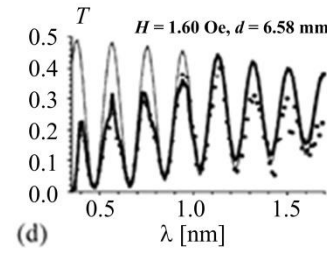
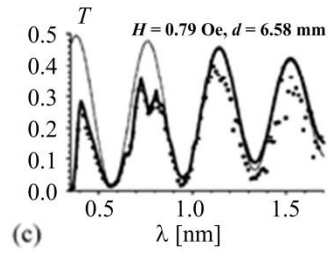
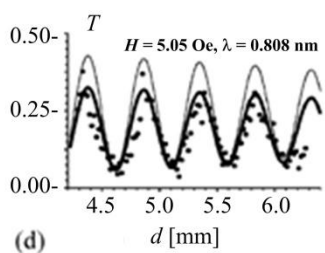
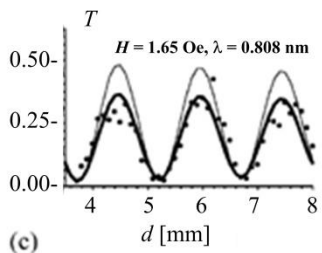
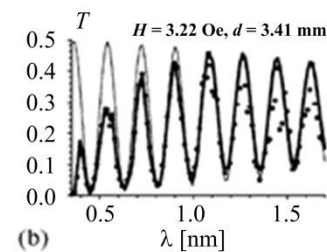
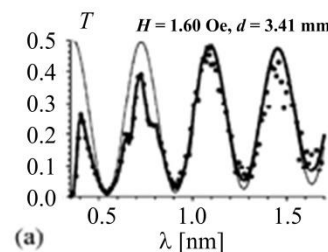
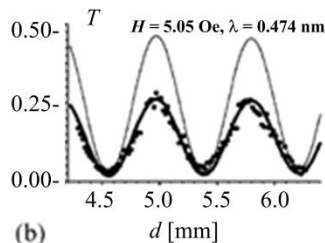
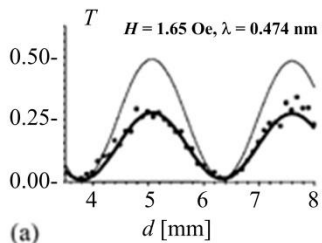
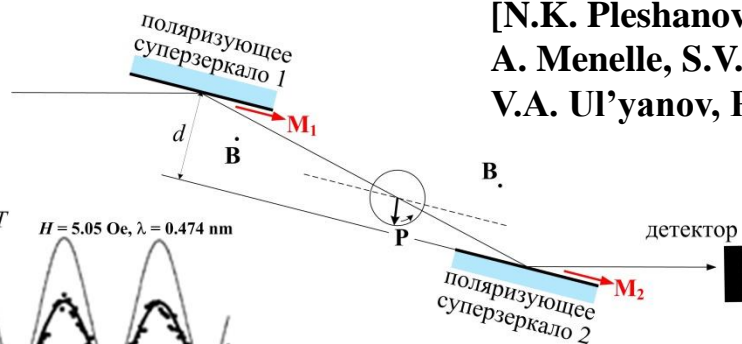
\mathbf{k}'_+ - зеркально отраженная волна,

\mathbf{k}'_- - волна отраженная с преломлением.



Нефронтальная прецессия нейтронного спина

[N.K. Pleshanov, V. Bodnarchuk, R. Gaehler, D.A. Korneev, A. Menelle, S.V. Metev, V.M. Pusenkov, A.F. Schebetov, V.A. Ul'yanov, Physica B 297 (2001) 126]

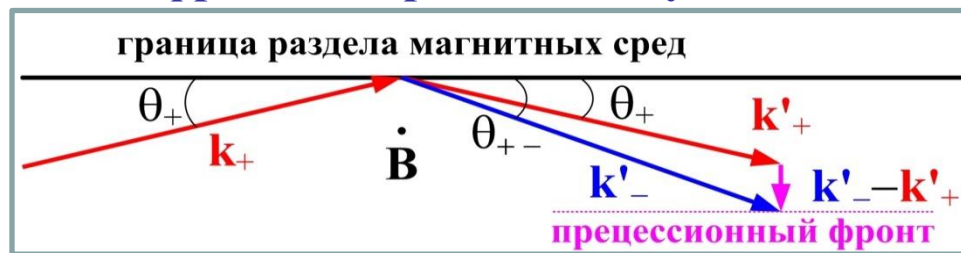


Благодаря лучепреломлению при отражении с флиппированием спина в магнитном поле (эффект Игнатовича), прецессионный фронт в отраженном пучке также параллелен границе раздела.

k_+ - падающая волна,

k'_+ - зеркально отраженная волна,

k'_- - волна отраженная с преломлением.



Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

общее решение в виде суперпозиции двух плосковолновых состояний нейтрона со своей энергией (E_1 или E_2) и ориентацией спина:

$$\omega_{1,2} = E_{1,2} / \hbar$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = A_1 \exp(-it\omega_1) \exp(ik_1 \mathbf{u}_1 \mathbf{r}) |\Psi_1(0,0)\rangle + A_2 \exp(-it\omega_2) \exp(ik_2 \mathbf{u}_2 \mathbf{r}) |\Psi_2(0,0)\rangle$$

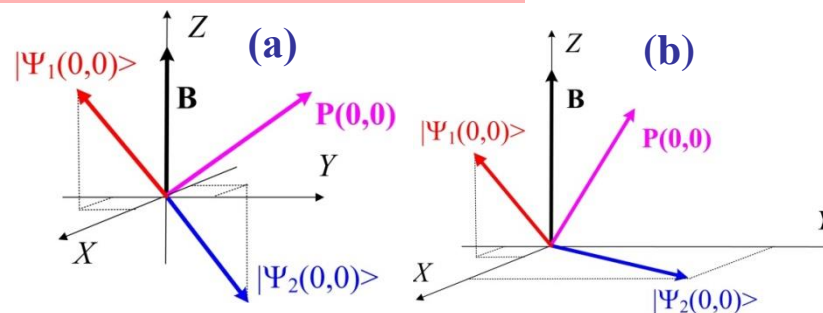
$$\mathbf{k}_{\pm 1,2} \parallel \mathbf{u}_{1,2}, \quad |\mathbf{u}_{1,2}| = 1, \quad \hat{k}_{1,2} = k \sqrt{1 - (V_n \pm |\mu_n| \hat{\sigma} \mathbf{B}) / E_{1,2}}$$

состояниям с разными энергиями могут соответствовать спины, (a) не коллинеарные полю, (b) ориентированные произвольно

$$\mathbf{u}_1 = \mathbf{u}_2 = \mathbf{u}, \quad |\mathbf{u}| = 1:$$

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ \mathbf{u} \mathbf{r} - itE_1 / \hbar) + A_2^+ \exp(ik_2^+ \mathbf{u} \mathbf{r} - itE_2 / \hbar) \\ A_1^- \exp(ik_1^- \mathbf{u} \mathbf{r} - itE_1 / \hbar) + A_2^- \exp(ik_2^- \mathbf{u} \mathbf{r} - itE_2 / \hbar) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$k_{1,2}^{\pm} = k \sqrt{1 - (V_n \pm |\mu_n| B) / E_{1,2}}$$



$$|\Psi(t)\rangle = \delta(\mathbf{v}_u t - \mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle =$$

выбор траектории

$$= \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega'_1 / 2) \\ A_1^- \exp(it\omega'_1 / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left[\frac{it}{\hbar} (mv_p^{(1)} v_u - E_1)\right] + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(-it\omega'_2 / 2) \\ A_2^- \exp(it\omega'_2 / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left[\frac{it}{\hbar} (mv_p^{(2)} v_u - E_2)\right]$$

$$\omega'_{1,2} = \omega_L v_u / v_p^{(1,2)}$$

$$v_p^{(1,2)} = (v_{1,2}^+ + v_{1,2}^-) / 2$$

$$v_{1,2}^{\pm} = (\hbar / m) k_{1,2}^{\pm}$$

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

$$|\Psi(t)\rangle = \delta(\mathbf{v}_u t - \mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle =$$

$$= \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega'_1/2) \\ A_1^- \exp(it\omega'_1/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left[\frac{it}{\hbar} (mv_p^{(1)} v_u - E_1)\right] + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(-it\omega'_2/2) \\ A_2^- \exp(it\omega'_2/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left[\frac{it}{\hbar} (mv_p^{(2)} v_u - E_2)\right]$$

$$\omega'_{1,2} = \omega_L v_u / v_p^{(1,2)}$$

$$v_p^{(1,2)} = (v_{1,2}^+ + v_{1,2}^-) / 2$$

$$v_{1,2}^\pm = (\hbar/m) k_{1,2}^\pm$$

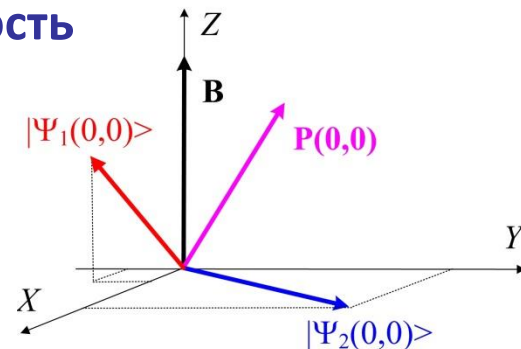
при

$$v_u = v_p = \frac{E_1 - E_2}{m(v_p^{(1)} - v_p^{(2)})} = \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{v_1 - v_2}{v_p^{(1)} - v_p^{(2)}}$$

пилотная скорость

$$|\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega'_{L1}/2) \\ A_1^- \exp(it\omega'_{L1}/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(-it\omega'_{L2}/2) \\ A_2^- \exp(it\omega'_{L2}/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\omega'_{L1,2} = \frac{v_p}{v_p^{(1,2)}} \omega_L$$



$$|\psi(t)\rangle = \begin{pmatrix} [A_1^+ \exp(-it\omega_n/2) + A_2^+ \exp(it\omega_n/2)] \exp(-it\omega_p/2) \\ [A_1^- \exp(it\omega_n/2) + A_2^- \exp(-it\omega_n/2)] \exp(it\omega_p/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\omega_p = \frac{\omega'_{L1} + \omega'_{L2}}{2} = \frac{v_p \bar{v}_p}{v_p^{(1)} v_p^{(2)}} \omega_L$$

$$\bar{v}_p = (v_p^{(1)} + v_p^{(2)}) / 2$$

$$\omega_n = \frac{\omega'_{L1} - \omega'_{L2}}{2}$$

$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega_n/2) \\ A_1^- \exp(it\omega_n/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(it\omega_n/2) \\ A_2^- \exp(-it\omega_n/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

в системе координат, вращающейся вокруг \mathbf{B} с частотой ω_p

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega_n / 2) \\ A_1^- \exp(it\omega_n / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(it\omega_n / 2) \\ A_2^- \exp(-it\omega_n / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$



$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \exp\left(-it \frac{\omega_n}{2}\right) \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_2^- \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \exp\left(it \frac{\omega_n}{2}\right) \begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \exp\left(-it \frac{\omega_n}{2}\right) |\alpha\rangle + \exp\left(it \frac{\omega_n}{2}\right) |\beta\rangle$$

в системе координат, вращающейся вокруг \mathbf{B} с частотой ω_p

$$\omega_n = \frac{\omega'_{L1} - \omega'_{L2}}{2}$$

$$\omega_p = \frac{\omega'_{L1} + \omega'_{L2}}{2} = \frac{v_p \bar{v}_p}{v_p^{(1)} v_p^{(2)}} \omega_L$$

суперпозиция двух спиновых состояний

$$\omega'_{L1,L2} = \frac{v_p}{v_p^{(1,2)}} \omega_L$$

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

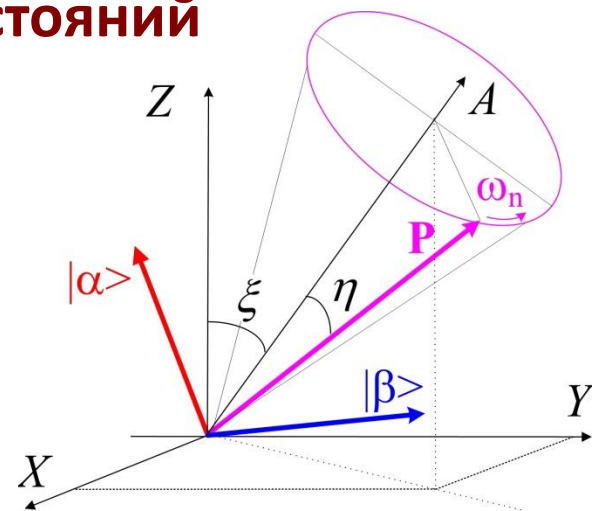
$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \exp\left(-it \frac{\omega_n}{2}\right) \begin{pmatrix} A_1^+ \\ A_2^- \end{pmatrix}_{\text{B}} + \exp\left(it \frac{\omega_n}{2}\right) \begin{pmatrix} A_2^+ \\ A_1^- \end{pmatrix}_{\text{B}}$$

$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \exp\left(-it \frac{\omega_n}{2}\right) |\alpha\rangle + \exp\left(it \frac{\omega_n}{2}\right) |\beta\rangle$$

суперпозиция двух спиновых состояний

Теорема о суперпозиции двух спиновых состояний

Суперпозиция любых двух спиновых состояний $|\alpha\rangle$ и $|\beta\rangle$, разность фаз между которыми меняется с заданной частотой ω_n , задает вращение спина (вектора поляризации \mathbf{P}) вокруг некоторой оси A с частотой ω_n . При $|A_1^+ A_2^+| \neq |A_1^- A_2^-|$ угловая скорость вращения спина изменяется в течение периода и сопровождается изменением плотности вероятности нахождения частицы с данной ориентацией спина.



Квантовая нутация нейтронного спина

$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega_n / 2) \\ A_1^- \exp(it\omega_n / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(it\omega_n / 2) \\ A_2^- \exp(-it\omega_n / 2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\omega'_{L1,L2} = \frac{v_p}{v_p^{(1,2)}} \omega_L$$

$$v_p^{(1,2)} = (v_{1,2}^+ + v_{1,2}^-) / 2$$

в системе координат, вращающейся вокруг \mathbf{B} с частотой ω_p

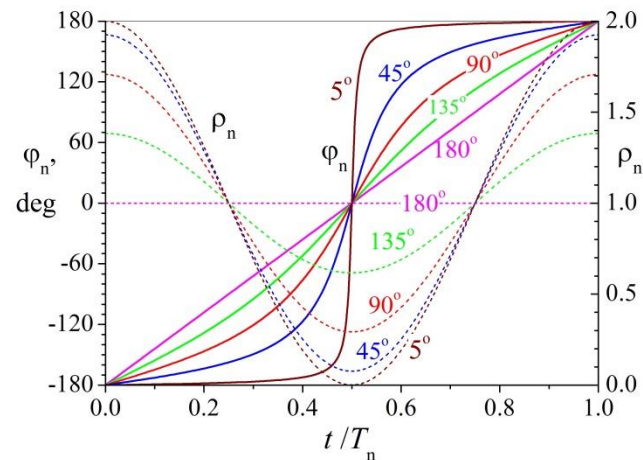
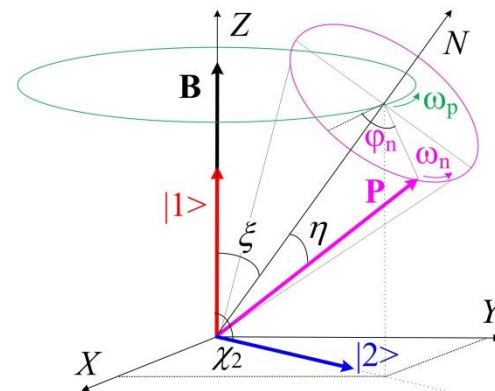
$$\omega_n = \frac{\omega'_{L1} - \omega'_{L2}}{2}$$

$$\omega_p = \frac{\omega'_{L1} + \omega'_{L2}}{2} = \frac{v_p \bar{v}_p}{v_p^{(1)} v_p^{(2)}} \omega_L$$

$$v_u = v_p = \frac{E_1 - E_2}{m(v_p^{(1)} - v_p^{(2)})} = \frac{v_1 + v_2}{2} \frac{v_1 - v_2}{v_p^{(1)} - v_p^{(2)}}$$

Движение вектора поляризации \mathbf{P} есть суперпозиция двух вращений: с периодом $T_n = 2\pi/\omega_n$ вокруг нутационной оси N , которая, в свою очередь, вращается вокруг магнитного поля \mathbf{B} с частотой ω_p .

Временные зависимости нутационного угла φ_n и нейтронной плотности ρ_n в течение периода нутации T_n при $\chi_1=0$ и $\chi_2= 5^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$. С уменьшением нейтронной плотности угловая скорость нутации $d\varphi_n/dt$ увеличивается. (Зависимости сохраняются при тех же значениях $|\chi_1 - \chi_2|$.)



[N.K. Pleshanov, Quantum nutation of the neutron spin. – Phys. Rev. B 62 (2000) 2994-2997]

Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Квантовая нутация нейтронного спина

$$|\psi_{\text{rot}}(t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(-it\omega_n / 2) \\ A_1^- \exp(it\omega_n / 2) \end{pmatrix}_B + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(it\omega_n / 2) \\ A_2^- \exp(-it\omega_n / 2) \end{pmatrix}_B$$

в системе координат, вращающейся вокруг \mathbf{B} с частотой ω_p

При $|\mu_n| B \ll E_{1,2}$ сравним

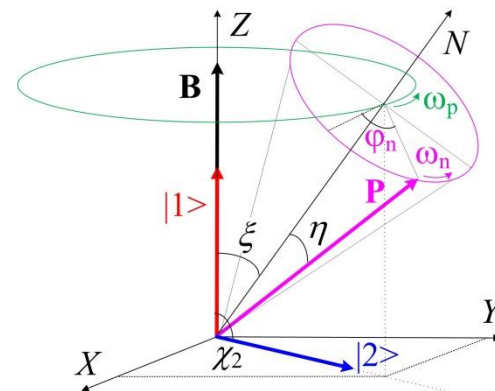
$$\omega_n = \frac{\omega'_{L1} - \omega'_{L2}}{2}$$

$$\omega_p = \frac{\omega'_{L1} + \omega'_{L2}}{2} = \frac{v_p \bar{v}_p}{v_p^{(1)} v_p^{(2)}} \omega_L$$

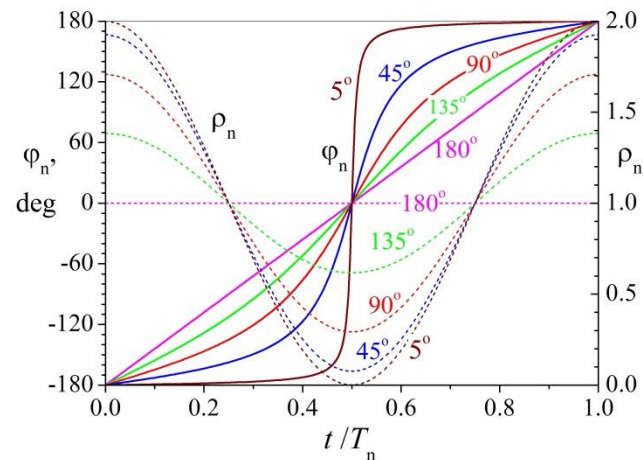
$$L_p [\text{m}] = v_p \frac{2\pi}{\omega_p} \cong \frac{1.36 \times 10^{-5}}{B[\text{T}] \lambda[\text{nm}]} \quad \text{путь нейтрона за 1 прецессию}$$

$$L_n [\text{m}] = v_p \frac{2\pi}{|\omega_n|} \cong \frac{0.369}{B_{\text{RF}}[\text{T}] B[\text{T}] \lambda^3[\text{nm}^3]} \quad \text{путь нейтрона за 1 нутацию}$$

При $B=0.1$ [Т], $B_{\text{RF}}=0.01$ [Т]



λ [nm]	L_p	L_n	L_n/L_p
0.1	1.36 mm	369 km	2.7×10^8
1	0.136 mm	369 m	2.7×10^6
10	13.6 μm	0.369 m	2.7×10^4
100	1.36 μm	0.369 mm	2.7×10^2



[N.K. Pleshanov, Quantum nutation of the neutron spin. – Phys. Rev. B 62 (2000) 2994-2997]

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

$$|\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ \mathbf{ur} - itE_1 / \hbar) + A_2^+ \exp(ik_2^+ \mathbf{ur} - itE_2 / \hbar) \\ A_1^- \exp(ik_1^- \mathbf{ur} - itE_1 / \hbar) + A_2^- \exp(ik_2^- \mathbf{ur} - itE_2 / \hbar) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$k_{1,2}^{\pm} = k \sqrt{1 - (V_n \pm |\mu_n| B) / E_{1,2}}$$

В лабораторной системе координат ($\mathbf{v}_u = \mathbf{0}$) в сечении, перпендикулярном пучку ($\mathbf{ur} = L$):

$$|\Psi(L, t)\rangle = \delta(L\mathbf{u} - \mathbf{r}) |\Psi(\mathbf{r}, t)\rangle = |\psi(L, t)\rangle \exp[-it(E_1 + E_2) / 2\hbar] =$$

$$= \left[\begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ L) \\ A_1^- \exp(ik_1^- L) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(-it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right) + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(ik_2^+ L) \\ A_2^- \exp(ik_2^- L) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right) \right] \exp[-it(E_1 + E_2) / 2\hbar].$$

$$|\psi(L, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ L) \\ A_1^- \exp(ik_1^- L) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(-it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right) + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(ik_2^+ L) \\ A_2^- \exp(ik_2^- L) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right)$$

$$E_1 - E_2 = \hbar\omega_{\text{RF}}$$

$$|\psi(L, t)\rangle = \exp(-it\omega_{\text{RF}} / 2) |1, L\rangle + \exp(it\omega_{\text{RF}} / 2) |2, L\rangle$$

суперпозиция двух спиновых состояний

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

$$|\psi(L, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ L) \\ A_1^- \exp(ik_1^- L) \end{pmatrix}_B \exp\left(-it \frac{\omega_{RF}}{2}\right) + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(ik_2^+ L) \\ A_2^- \exp(ik_2^- L) \end{pmatrix}_B \exp\left(it \frac{\omega_{RF}}{2}\right)$$

$$E_1 - E_2 = \hbar\omega_{RF}$$

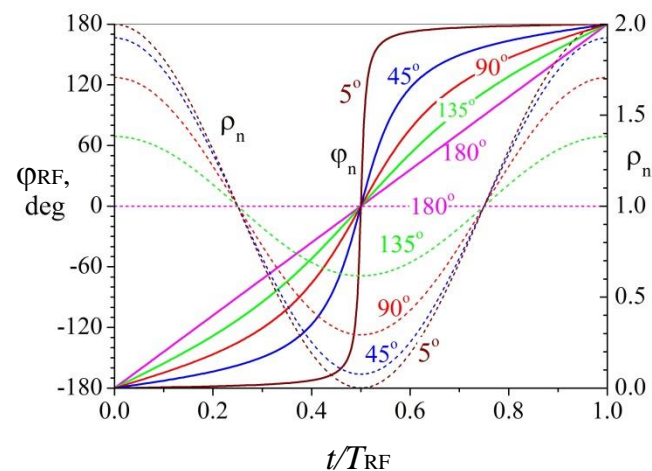
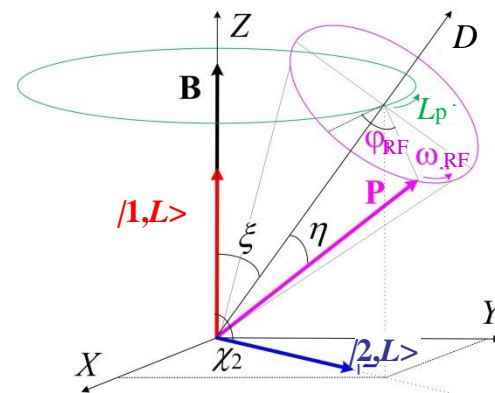
$$|\psi(L, t)\rangle = \exp(-it\omega_{RF}/2)|1, L\rangle + \exp(it\omega_{RF}/2)|2, L\rangle$$

в лабораторной системе координат

Движение вектора поляризации \mathbf{P} (в сечении пучка $ur=L$) есть вращение с периодом $T_{RF}=2\pi/\omega_{RF}$ вокруг локальной динамической оси D . С уменьшением нейтронной плотности угловая скорость вращения $d\varphi_{RF}/dt$ увеличивается.

При перемещении вдоль пучка ось D вращается вокруг \mathbf{B} с периодом $L_p(\lambda)$, причем угол между этой осью и \mathbf{B} изменяется с периодом $L_n(\lambda)$.

Временные зависимости динамического угла φ_{RF} и нейтронной плотности ρ_n в течение периода T_{RF} при $\chi_1=0$ и $\chi_2= 5^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ$. Зависимости сохраняются при тех же значениях $|\chi_1-\chi_2|$.



Нейтронный спин в однородной магнитной среде

Суперпозиция состояний нейтрона с двумя энергиями

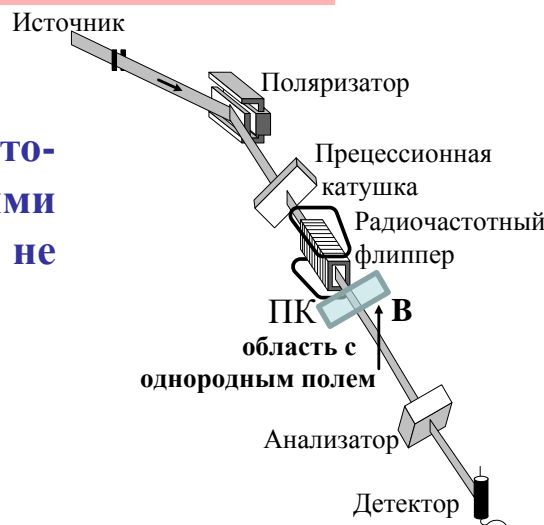
$$|\psi(L, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_1^+ \exp(ik_1^+ L) \\ A_1^- \exp(ik_1^- L) \end{pmatrix}_B \exp\left(-it \frac{\omega_{RF}}{2}\right) + \begin{pmatrix} A_2^+ \exp(ik_2^+ L) \\ A_2^- \exp(ik_2^- L) \end{pmatrix}_B \exp\left(it \frac{\omega_{RF}}{2}\right)$$

$$E_1 - E_2 = \hbar\omega_{RF}$$

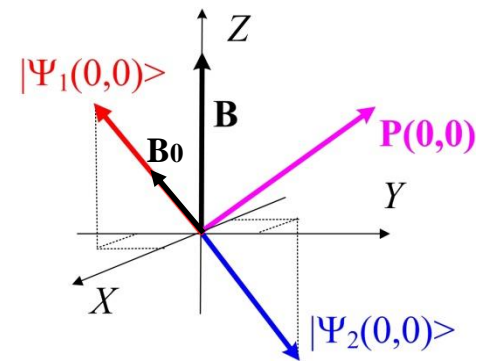
$$|\psi(L, t)\rangle = \exp(-it\omega_{RF}/2)|1, L\rangle + \exp(it\omega_{RF}/2)|2, L\rangle$$

в лабораторной системе координат

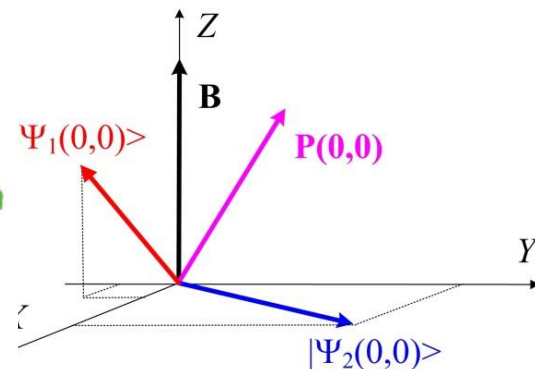
реализация суперпозиции ортогональных состояний с разными энергиями и спинами, не коллинеарными полю



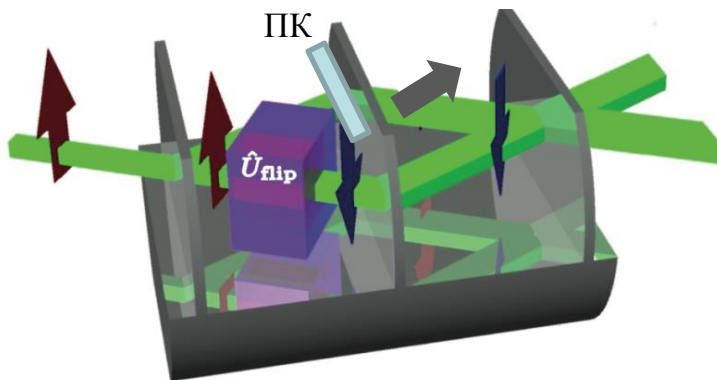
ПК = прецессионная катушка



$t=0, r=0$ на границе магнитно неколлинеарных областей (фронтальный вид)

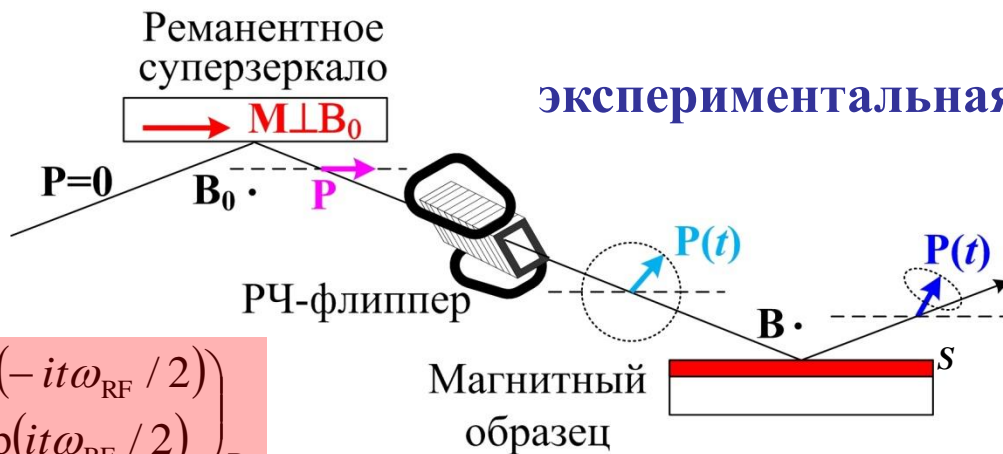


реализация суперпозиции состояний с разными энергиями и произвольно ориентированными спинами возможна на интерферометре



Рефлектометрия прецессирующих нейтронов

экспериментальная схема



$$|A_+|^2 + |A_-|^2 = 1$$

$$|\psi_{\text{inc}}(S, t)\rangle = \begin{pmatrix} A_+ \exp(-it\omega_{\text{RF}}/2) \\ A_- \exp(it\omega_{\text{RF}}/2) \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} r_{++} & r_{+-} \\ r_{-+} & r_{--} \end{pmatrix}_{\mathbf{B}}$$

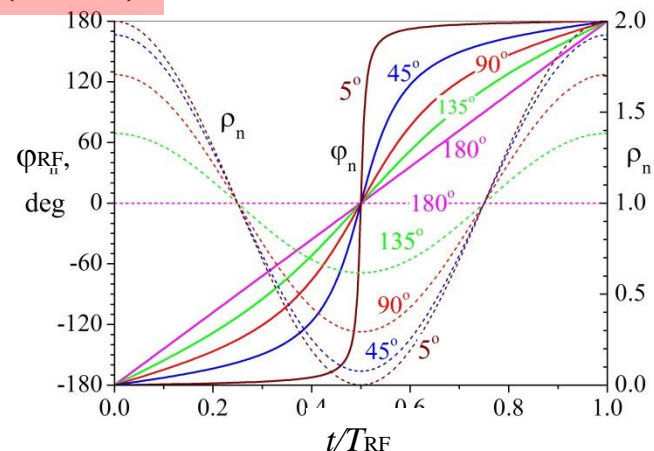
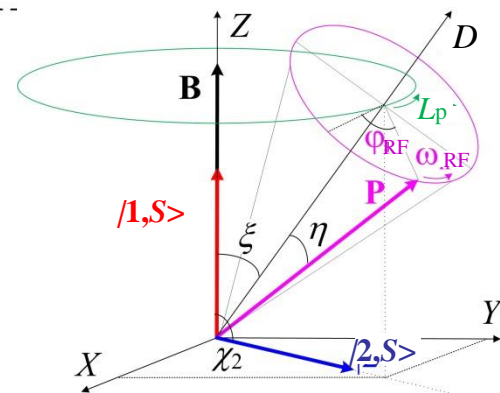
матрица отражения

$$|\psi_{\text{refl}}(S, t)\rangle = \mathbf{r} |\psi_{\text{inc}}(S, t)\rangle = A_+ \begin{pmatrix} r_{++} \\ r_{-+} \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(-it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right) + A_- \begin{pmatrix} r_{--} \\ r_{+-} \end{pmatrix}_{\mathbf{B}} \exp\left(it \frac{\omega_{\text{RF}}}{2}\right)$$

$$|\psi_{\text{refl}}(S, t)\rangle = \exp(-it\omega_{\text{RF}}/2) |1, S\rangle + \exp(it\omega_{\text{RF}}/2) |2, S\rangle$$

суперпозиция двух спиновых состояний

Спиновые состояния задаются элементами матрицы отражения \mathbf{r} . Направление динамической оси D , неравномерность вращения вокруг D , сопутствующее изменение нейтронной плотности описываются в рамках приведенного выше анализа.



Поляризация нейтрона и поляризация нейтронного пучка

$$\mathbf{P} \equiv \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

вектор нейтронной поляризации

$$\mathbf{P}_b \equiv \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

вектор поляризации
нейтронного пучка

Концентрации $N_{\uparrow\downarrow}$ и интенсивности $I_{\uparrow\downarrow}$ нейтронов со спином по (\uparrow) и против (\downarrow) оси, указанной в виде индекса, связаны с разными величинами, соответственно, с плотностями вероятности $|\Psi|^2$ и токами вероятности \mathbf{j} .

$$P_c = \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_c = \left(\frac{|\Psi_{\uparrow}|^2 - |\Psi_{\downarrow}|^2}{|\Psi_{\uparrow}|^2 + |\Psi_{\downarrow}|^2} \right)_c$$

$$\mathbf{j} \equiv \text{Re} \left(\langle \Psi(\mathbf{r}) | \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \frac{\hbar \nabla}{im_n} | \Psi(\mathbf{r}) \rangle \right)$$

Поляризация нейтрона и поляризация нейтронного пучка

Плотность и ток вероятности для плоскотоволнового решения

$$\mathbf{P} \equiv \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

вектор нейтронной поляризации

$$\mathbf{P}_b \equiv \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

вектор поляризации нейтронного пучка

Концентрации $N_{\uparrow\downarrow}$ и интенсивности $I_{\uparrow\downarrow}$ нейтронов со спином по (\uparrow) и против (\downarrow) оси, указанной в виде индекса, связаны, соответственно, с плотностями вероятности $|\Psi|^2$ и токами вероятности \mathbf{j} .

$E_+ = E_-$ стационарный гамильтониан

$$|\Psi(\mathbf{r})\rangle = \begin{pmatrix} a_+ \exp(i\alpha_+) \exp(i\mathbf{k}_+ \mathbf{r}) \\ a_- \exp(i\alpha_-) \exp(i\mathbf{k}_- \mathbf{r}) \end{pmatrix}_B$$

плоскотоволновое решение

$$\hat{\mathbf{p}}^2 = 2m_n (E - V_n + \mu_n \hat{\sigma} \mathbf{B})$$

квадрат оператора импульса

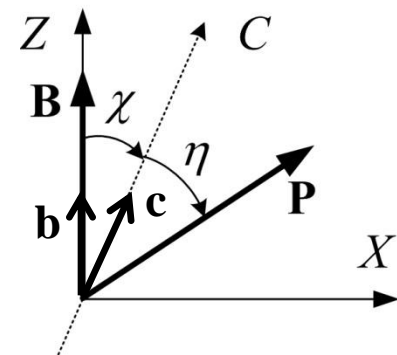
$$\hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{p}} / m_n = (\hbar / m_n) [(\mathbf{k}_+ + \mathbf{k}_-) / 2 + \hat{\sigma} \mathbf{b} \cdot (\mathbf{k}_+ - \mathbf{k}_-) / 2]$$

оператор тока вероятности

$$\hbar k_{\pm} = \sqrt{2m_n [E - (V_n \pm |\mu_n| B)]}$$

$$[\hat{\mathbf{j}}, \hat{\sigma} \mathbf{c}] = i(\hbar / m_n) (\mathbf{k}_+ - \mathbf{k}_-) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \hat{\sigma}$$

коммутатор операторов тока вероятности и проекции спина на ось C



Вывод: при заданной ориентации спина точно определенными являются только токи j_+ ($C \uparrow \uparrow B$), j_- ($C \uparrow \downarrow B$) и полный ток $j_{\text{tot}} = j_+ + j_-$, соответственно, только $P_{b,B}$.

Поляризация нейтрона и поляризация нейтронного пучка

$$\mathbf{P} \equiv \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

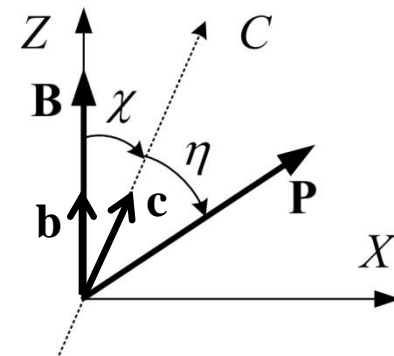
вектор нейтронной поляризации

~~$$\mathbf{P}_b \equiv \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$~~

вектор поляризации
нейтронного пучка

$$[\hat{\mathbf{j}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}} \mathbf{c}] = i(\hbar / m_n)(\mathbf{k}_+ - \mathbf{k}_-) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \hat{\boldsymbol{\sigma}}$$

Возможность представления любого спинового состояния в виде суперпозиции ортогональных состояний со спином по и против произвольной оси не исключает перераспределения полного потока между этими состояниями в процессе измерения. Более того, такое перераспределение неустранимо на пучках в магнитном поле, если ось неколлинеарна полю – в этом состоит смысл некоммутативности операторов проекции спина и тока вероятности. Как следствие, даже с идеальным анализатором сумма интенсивностей окажется больше полной интенсивности. Квантовая механика позволяет учесть перераспределение потоков и восстановить вектор \mathbf{P} .



Поляризация нейтрона и поляризация нейтронного пучка

$$\mathbf{P} \equiv \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{N_{\uparrow} - N_{\downarrow}}{N_{\uparrow} + N_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

вектор нейтронной поляризации

$$\mathbf{P}_b \equiv \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_X \mathbf{e}_X + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Y \mathbf{e}_Y + \left(\frac{I_{\uparrow} - I_{\downarrow}}{I_{\uparrow} + I_{\downarrow}} \right)_Z \mathbf{e}_Z$$

вектор поляризации
нейтронного пучка

$$[\hat{\mathbf{j}}, \hat{\boldsymbol{\sigma}}] = i(\hbar/m_n)(\mathbf{k}_+ - \mathbf{k}_-) \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c}) \hat{\boldsymbol{\sigma}}$$

Возможность представления любого спинового состояния в виде суперпозиции ортогональных состояний со спином по и против произвольной оси не исключает перераспределения полного потока между этими состояниями в процессе измерения. Более того, такое перераспределение неустранимо на пучках в магнитном поле, если ось неколлинеарна полю – в этом состоит смысл некоммутативности операторов проекции спина и тока вероятности. Как следствие, даже с идеальным анализатором сумма интенсивностей окажется больше полной интенсивности. Квантовая механика позволяет учесть перераспределение потоков и восстановить вектор \mathbf{P} .

На практике, в подавляющем большинстве случаев, неустраняемая часть перераспределений потоков пренебрежимо мала, и понятию «вектор поляризации пучка» можно придать обычный смысл: $\mathbf{P}_b \equiv \mathbf{P}$.

При $|\mu_n B| / E \ll 1$

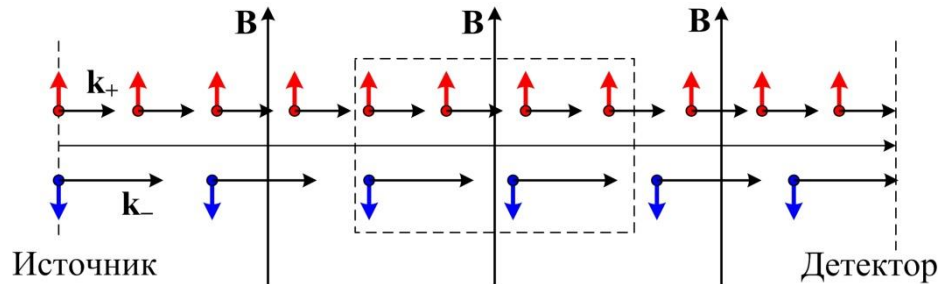
$$P_B - P_{b,B} \cong \sin^2 \eta \cdot |\mu_n B| / 2E$$

напр. $|\mu_n B| / 2E \sim 10^{-6}$

при $B \sim 10[\text{mT}], \lambda \sim 1[\text{nm}]$

Эффекты, связанные с отличием P и P_b

Магнитно индуцированная нейтронная поляризация



Источник испускает одинаковое число нейтронов с противоположными спинами ($I_+ = I_-$). При адиабатическом вхождении пучка в магнитное поле потоки сохраняются, поэтому $N_+ k_+ = N_- k_-$. Из-за разности скоростей ($k_+ < k_-$) концентрации нейтронов со спином по полю и против поля отличаются ($N_+ \neq N_-$).

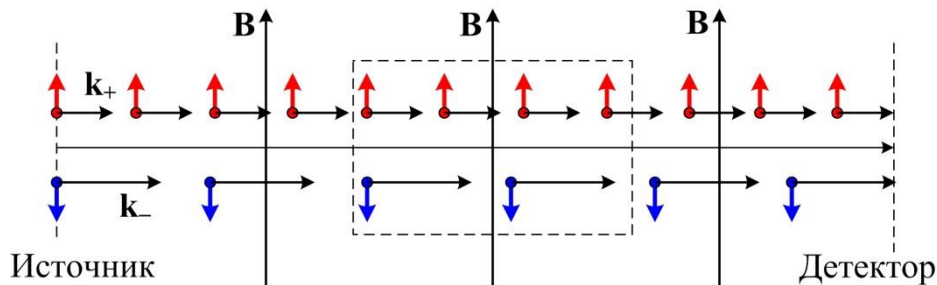
\Rightarrow магнитное поле частично поляризует нейтроны ($P \neq 0$) неполяризованного пучка ($P_b = 0$).

При $|\mu_n B| / E \ll 1$ $P_{\text{ind}} \cong 0.37 \times 10^{-4} B[\text{T}] \lambda^2[\text{nm}^2]$,

По точной формуле: $P_{\text{ind}} = 0.44$ при $\lambda = 100$ [нм], $B = 1$ [Тл] и $V_n = 0$.

Эффекты, связанные с отличием P и P_b

Магнитно индуцированная поляризация нейтронного пучка

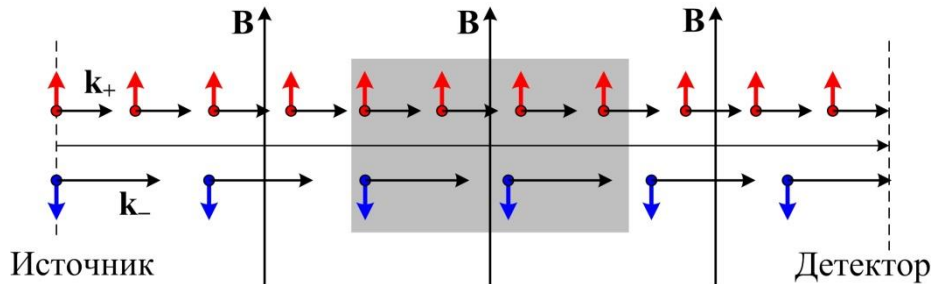


Источник служит для термализации нейтронов и погружен в то же магнитное поле, испускает пучок с одинаковым числом нейтронов с противоположными спинами ($N_+ = N_-$). Из-за разности скоростей ($k_+ < k_-$) интенсивности нейтронов со спином по полю и против поля отличаются ($I_+ \neq I_-$).

\Rightarrow неполяризованные нейтроны ($P=0$) от источника в магнитном поле представляют частично поляризованный пучок ($P_b \neq 0$).

Эффекты, связанные с отличием P и P_b

Магнитно индуцированная спиновая зависимость поглощения



В поглощающей среде, погруженной в магнитное поле, нейтроны с меньшей скоростью ($k_+ < k_-$) будут поглощаться сильнее.

⇒ магнитное поле индуцирует спиновую зависимость поглощения.

При $|\mu_n B| / E \ll 1$ $P_{b,ind} \cong -0.84 \times 10^{-4} |\log_{10} f_a| B[T] \lambda^2 [nm^2]$ (f_a – ослабление пучка)

По точной формуле: при $f_a = 0.1$, $\lambda = 100$ [нм],

$B = 0.01$ [Тл]: $P_{b,ind} = -0.01$ (Ti), -0.044 (Al), -0.044 (Si), -0.046 (Cd) и -0.012 (Gd)

$B = 0.1$ [Тл]: $P_{b,ind} = -0.10$ (Ti), -0.43 (Al), -0.43 (Si), -0.44 (Cd), -0.12 (Gd).

РЕЗЮМЕ

- ✓ Рассмотрены особенности нейтронной поляризации в однородных полях с оценкой эффектов отклонения от ларморовского поведения .
- ✓ ...

**Работа выполнена при финансовой поддержке
Министерства образования и науки Российской Федерации,
Соглашение №14.607.21.0194 от 26.09.17,
проект RFMEFI60717X0194**

Спасибо за внимание!



#NORUSSIA NOGAMES

