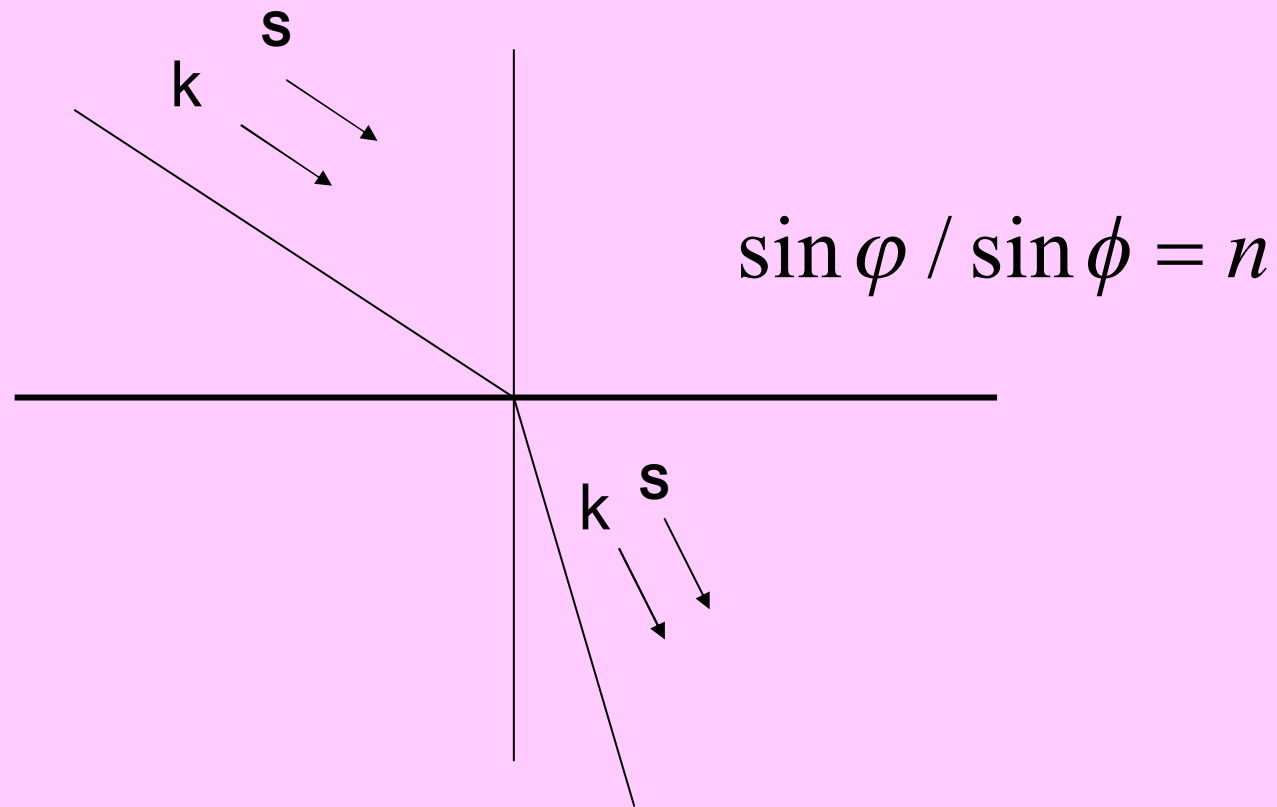


**Что нового дает нам  
отрицательный коэффициент  
преломления**

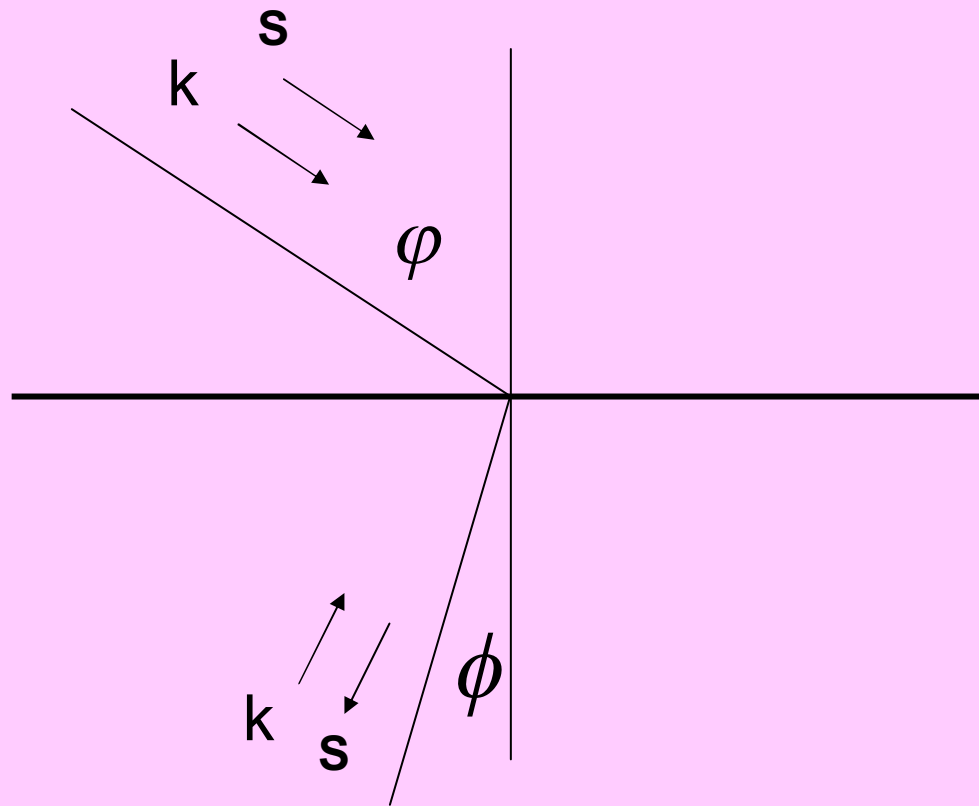
**Веселаго В.Г.**  
([v.veselago@relcom.ru](mailto:v.veselago@relcom.ru))

Институт Общей физики им. А.М.Прохорова РАН  
Московский Физико-Технический Институт

# Обычное, или «положительное» преломление

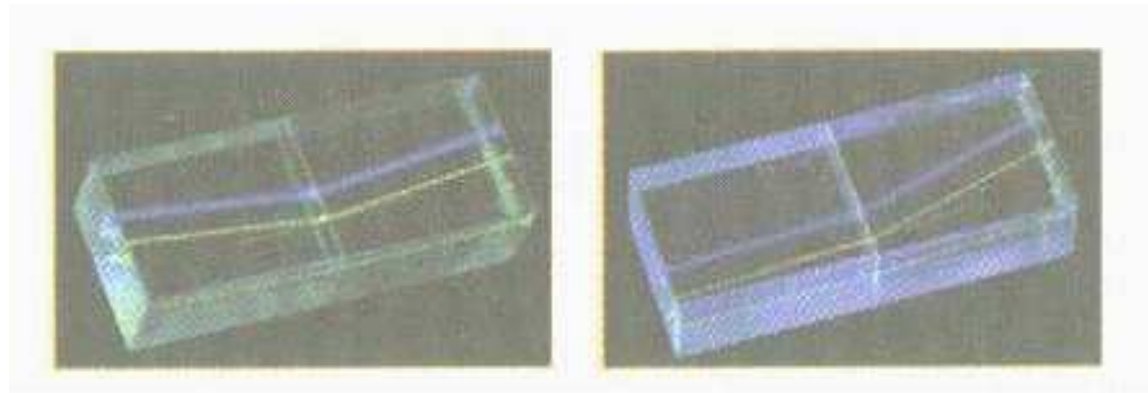


# Отрицательное преломление, например в кристаллооптике



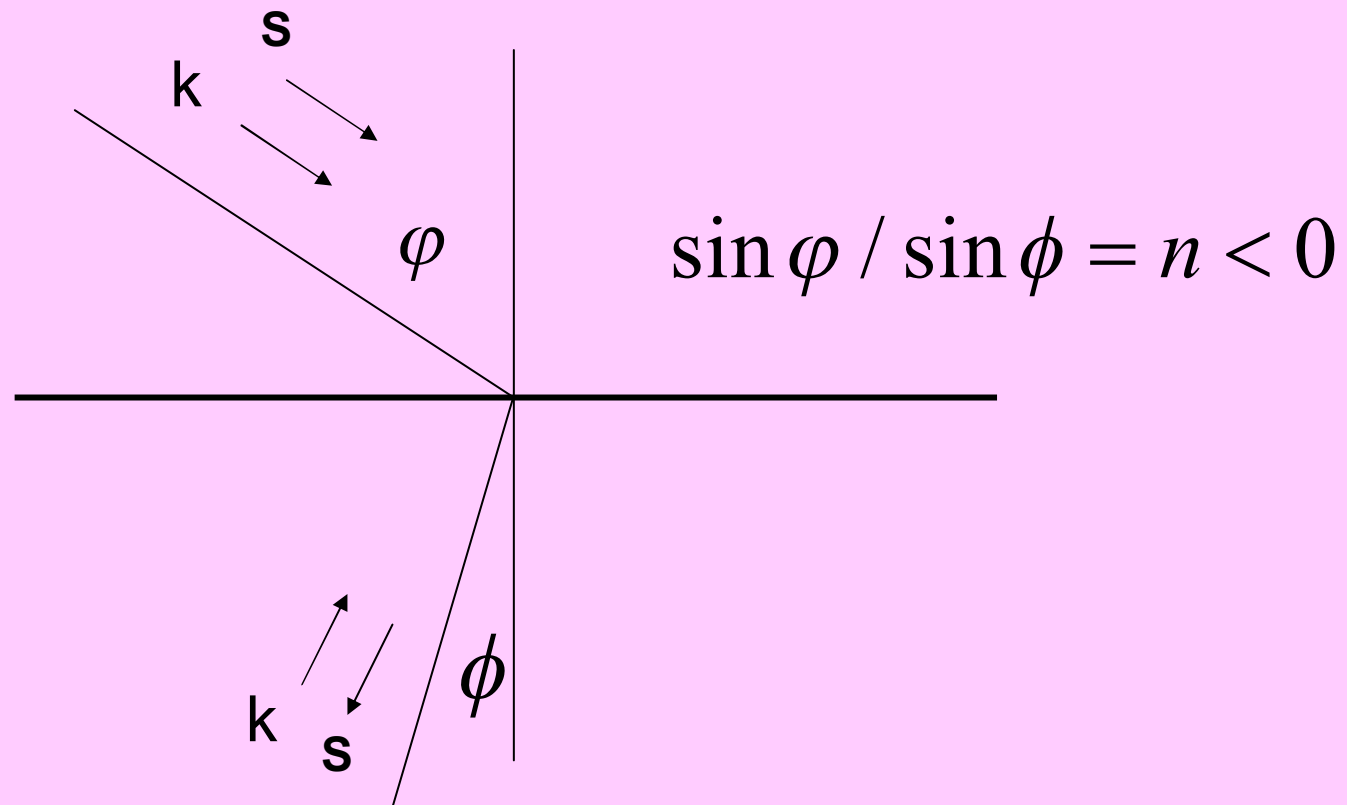
## «Отрицательное преломление» – обычное явление в кристаллооптике

Y.Zhang, B.Fluegel, A.Mascarenhas. Phys.Rev.Lett. 2003, 91, 157404



- Оказалось, что необходимыми свойствами обладает двойниковая граница одноосных кристаллов. Авторы [8] поступили еще проще. Для своего опыта они создали объект собственными руками, сошлифовав и приведя в оптический контакт два кристалла  $YVO_4$ . Как видно из иллюстрации, им удалось не только наглядно продемонстрировать отрицательное преломление, но и подтвердить предсказание [9] о возможности получать в одной и той же системе как отрицательное, так и положительное преломление.

# Отрицательный коэффициент преломления $n$



$$n = \sqrt{\epsilon\mu}$$

$$\epsilon \rightarrow -\epsilon$$

$$\mu \rightarrow -\mu$$

**Что изменится при такой  
замене?**

$$n = \pm \sqrt{\epsilon\mu}$$

$$+\sqrt{\epsilon\mu} \rightarrow -\sqrt{\epsilon\mu}$$

**А при такой замене?**

# ОСНОВНОЙ ВОПРОС

Величина показателя преломления  $n=(\epsilon\mu)^{1/2}$  не меняется при одновременном изменении знаков у величин  $\epsilon$  и  $\mu$ .

Вопрос: А что изменяется?

Возможные ответы:

- **Ничего не меняется.** Это означало бы, что электродинамика не зависит от одновременной смены знаков у  $\epsilon$  и  $\mu$ .
- **Существование** материалов с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  **в принципе невозможно**, так как это противоречит каким-либо фундаментальным законам.
- **Электродинамика материалов с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  существенно отличается от случая  $\epsilon > 0$  и  $\mu > 0$**



$$k = \frac{\omega}{c} n$$

$$S = [E \times H]$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z^2} - \frac{n^2}{c^2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0$$

Это-общее решение волнового уравнения

$$F = f_1\left[\omega\left(t - \frac{n}{c}z\right)\right] + f_2\left[\omega\left(t + \frac{n}{c}z\right)\right]$$

**Где искать  $\varepsilon$  и  $\mu$  по  
отдельности, а не в виде  
произведения  $\varepsilon\mu$ ?**

$$\operatorname{rot} H = \frac{1}{c} \frac{\partial D}{\partial t}$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{1}{c} \frac{\partial B}{\partial t}$$

$$D = \varepsilon E$$

$$B = \mu H$$

- Только в уравнениях Максвелла!!

# Решение проблемы

$$[kE] = \frac{\omega}{c} \mu H$$

$$[kH] = -\frac{\omega}{c} \varepsilon E$$

$$S = [EH]$$

Если  $\varepsilon > 0$  и  $\mu > 0$ , вектора  $k$ ,  $E$  и  $H$  образуют **правую тройку**.

Если  $\varepsilon < 0$  и  $\mu < 0$ , вектора  $k$ ,  $E$  и  $H$  образуют **левую тройку**.

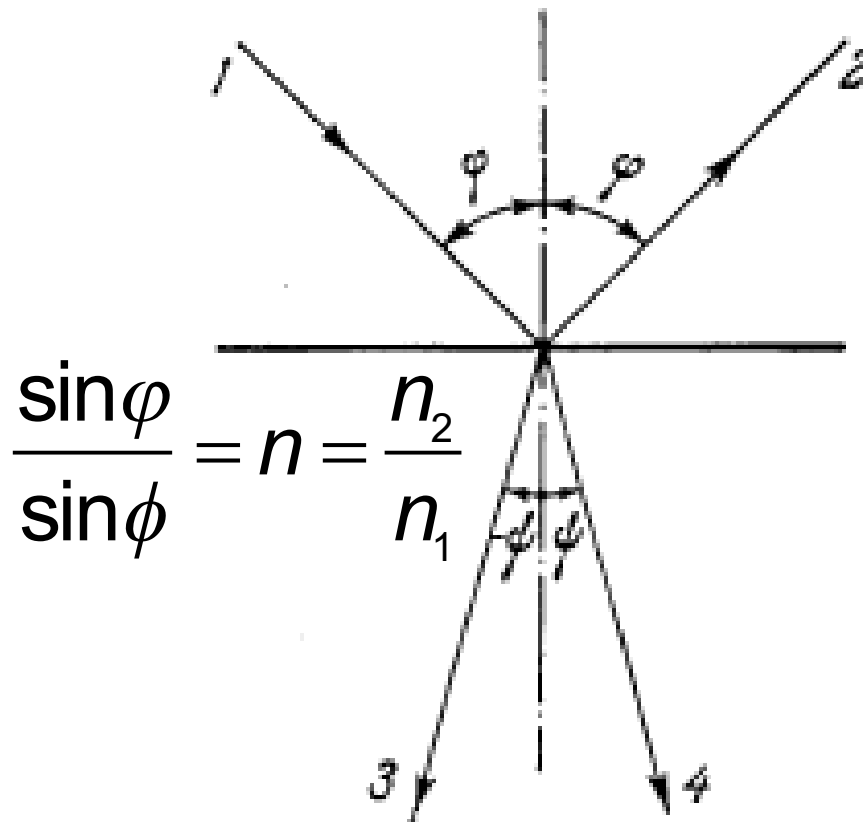
Но – и это очень важно – вектор Пойнтинга  $S$ , и вектора  $E$  и  $H$  всегда образуют **правую тройку** векторов, независимо от знака  $\varepsilon$  и  $\mu$  !

## ОКОНЧАТЕЛЬНЫЙ РЕЗУЛЬТАТ

$$n = +\sqrt{\varepsilon\mu} \quad \text{если} \quad \varepsilon, \mu > 0$$

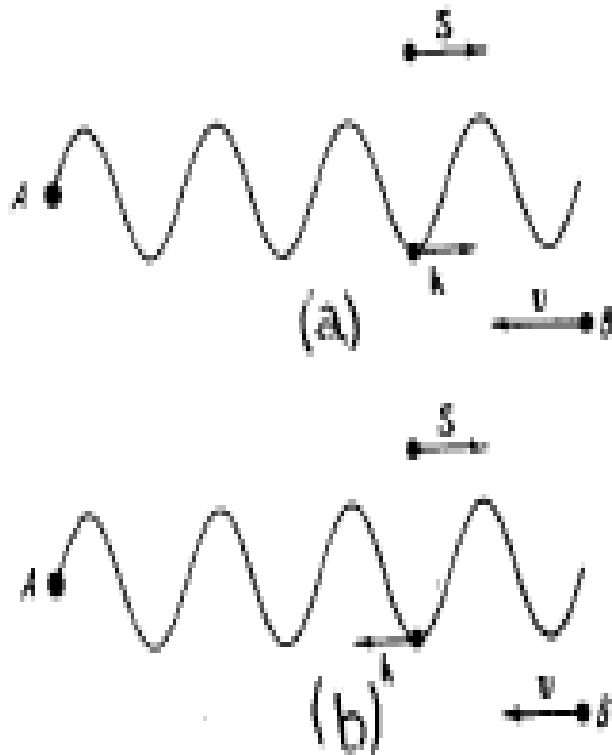
$$n = -\sqrt{\varepsilon\mu} \quad \text{если} \quad \varepsilon, \mu < 0$$

# Закон Снеллиуса



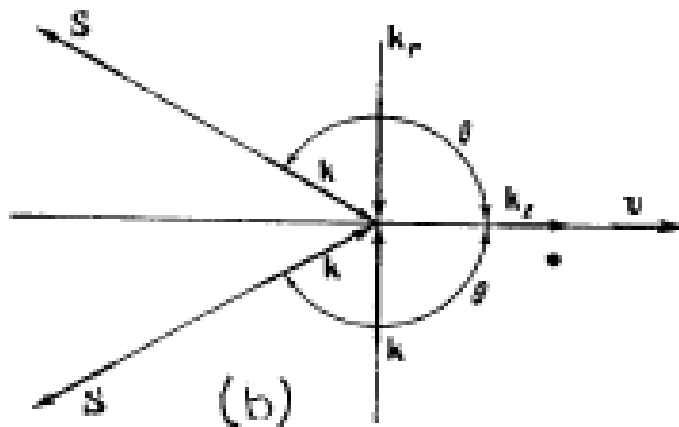
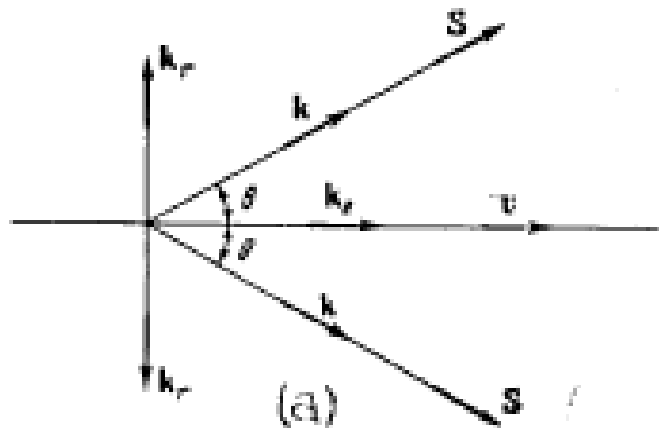
- **Ход лучей при прохождении границы между вакуумом и средой с коэффициентом преломления  $n$ .**
- **1-падающий луч**
- **2-отраженный луч**
- **3-преломленный луч при  $n < 0$**
- **4-преломленный луч при  $n > 0$**
- **$n = \sin \varphi / \sin \psi$**

# Знак Допплеровского сдвига частоты определяется знаком коэффициента преломления



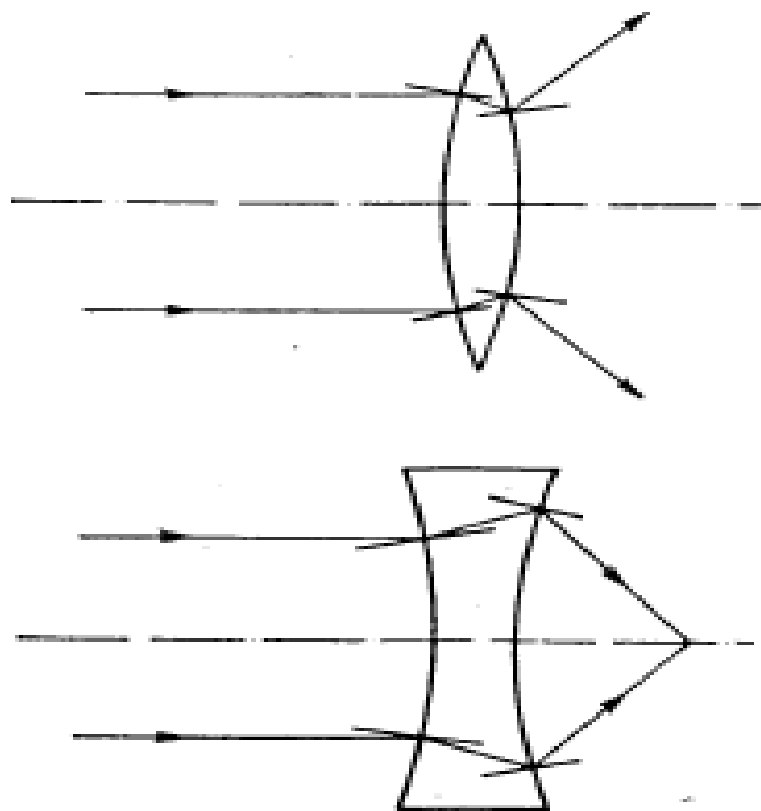
- $\Delta\omega = \omega_0 n V/c$
- (a) -  $n > 0$
- (b) -  $n < 0$
- В обоих случаях:
- $A$  – источник излучения
- $B$  - приемник
- $S$  – вектор Пойнтинга
- $k$  – волновой вектор

# Эффект Черенкова в обоих случаях



- (a) -  $n > 0$
- (b) -  $n < 0$

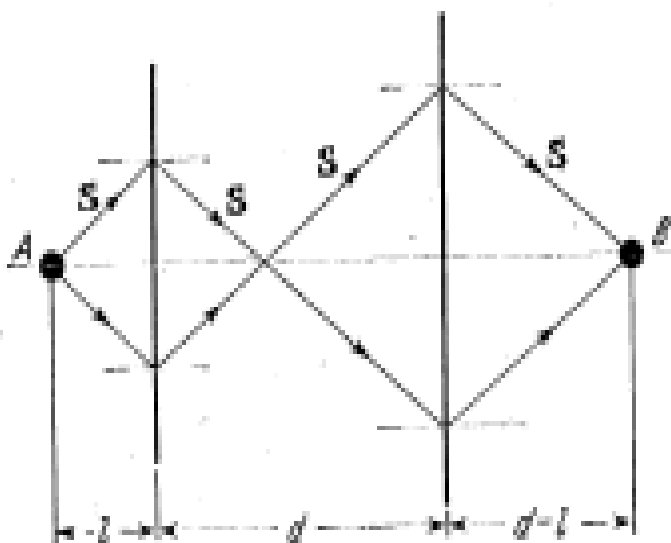
# Линзы меняются своими свойствами



- Пути лучей в линзах, выполненных из материала с  $n < 0$



# Плоская квазилинза



- Это устройство может фокусировать в точку излучение точечного источника, но это не линза – она не может сфокусировать в точку параллельный пучок лучей, и она не имеет оптической оси

**Но это устройство является идеальным оптическим инструментом - она преобразует 3D объект в 3D изображение без каких-либо искажений**

Веселаго, УФН, 92, 517, 1967

$$(\varepsilon, \mu < 0) \Rightarrow (n < 0) \Rightarrow (\text{Г} \begin{matrix} v_{ph} \\ v_{gr} \end{matrix}) \Rightarrow \text{---} \Rightarrow \text{---}$$

Сивухин, 1957

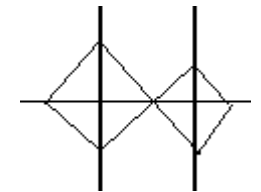
Малюжинец, 1951  
(длинные линии)

ЛОВ, ~1950

Шустер, 1904

Лэмб, 1904; Поклингтон, 1905  
(«фотонные кристаллы»)

Мандельштам, 1944  
(«фотонные кристаллы»)



# Schuster A., "An Introduction to the Theory of Optics", (1904)

let  $dV/d\lambda_0$  be negative. As  $V\lambda_0 = V_0\lambda$ , we obtain by differentiation with respect to  $V$

$$\lambda_0 + V \frac{d\lambda_0}{dV} = V_0 \frac{d\lambda}{dV},$$

or

$$\lambda + \frac{V^2}{V_0} \frac{d\lambda_0}{dV} = V \frac{d\lambda}{dV}.$$

As the second term on the left-hand side is negative, it follows that  $\lambda \frac{dV}{d\lambda} > \lambda$ , which shows that the group velocity is in the opposite direction to the wave velocity. If there is a convection of energy forward, the waves must therefore move backwards. In all optical media where the direction of the dispersion is reversed, there is a very powerful absorption, so that only thicknesses of the absorbing medium can be used which are smaller than a wave-length of light. Under these circumstances it is doubtful how far the above results have any application. But Professor Lamb\* has devised mechanical arrangements in which without absorption there is a negative wave

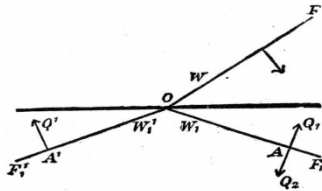


Fig. 179.

velocity. One curious result follows: the deviation of the wave on entering such a medium is greater than the angle of incidence, so that the wave normal is bent over to the other side of the normal as indicated in Fig. 179. This is seen at once by considering that the traces on the refracting surface of  $WF$  and  $W_1F_1$ , the incident and refracted wave-fronts, must move together. If we were to draw the wave-front in the usual way parallel to  $W_1F_1$  and the waves moved backwards in the direction  $A'Q_1$ , the intersection  $O$  of the refracted wave and surface would move to the left, while the intersection of the incident wave would move to the right. By drawing the refracted wave-front in the direction  $W_1F_1$  the required condition can be secured. The individual waves move in the direction  $A_1Q_2$ , but the group moves in the direction  $A_1Q_2$ .

\* *Proceedings London Math. Soc. Sec. II. Vol. I. p. 473 (1904).*

## CHAPTER XIV.

### FURTHER DISCUSSION OF THE NATURE OF LIGHT AND ITS PROPAGATION.

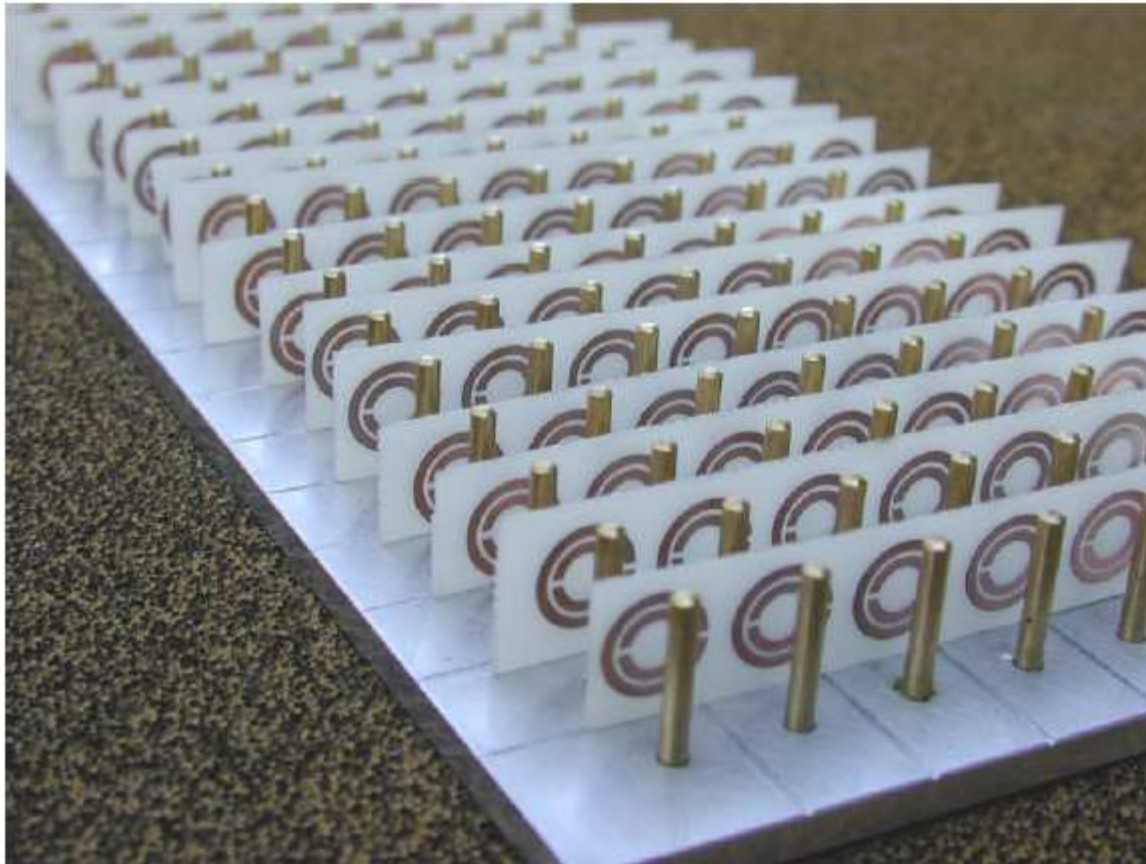
**185. Preliminary Remarks.** Light enters into our consciousness through the effects on our sensitive organs whose powers may be increased by suitable experimental appliances. When we speak of the "nature" of light we try to form some mental picture of what constitutes light before it has entered our spectroscopes or other optical instruments, and it becomes necessary therefore to examine what modifications light undergoes in passing through such instruments. If—as an example—we were to look upon a spectroscope as an appliance capable of analysing white light, in the manner a chemist analyses a compound body by separating the constituents it contains, we might be led to believe that the highly homogeneous radiations which leave the spectroscope have a real existence in the light that entered it. This—as the late Lord Rayleigh pointed out—is an error: it is the spectroscope that converts the white light into homogeneous radiations. Having satisfied ourselves with regard to instrumental effects, we have to consider the ultimate receiving screen such as the retina or the photographic plate. How much our judgment is affected by the peculiarities of these receivers may be recognized if we try to imagine how radically our impressions would be altered if our eyes were equally sensitive to radiations of all kinds, so as to give us simply a measure of their intensities\*. What is true of instrumental analysis is equally true of its mathematical treatment. The process of the treatment may affect our conclusions.

**186. Application of Fourier's theorem. Gouy's treatment.** This theorem gives us the most powerful mathematical method of treating variable functions, that without necessarily being periodic oscillate between finite limits. We begin by considering in greater detail the series that has already been mentioned in Art. 10. We consider a ray of plane polarized light and fix our attention on a point  $P$  over which the disturbance passes. If the velocity at  $P$  be  $v$ , we may, in the most general case, express it as a function of the time,  $f(t)$ . Let us follow the motion from a time  $t=0$ , to a time  $t=T$ . According to Fourier's theorem, which has already been explained in Art. 10, we may write

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(2\pi t/T) + a_2 \cos(4\pi t/T) + a_3 \cos(6\pi t/T) + b_1 \sin(2\pi t/T) + b_2 \sin(4\pi t/T) + b_3 \sin(6\pi t/T) \dots (1).$$

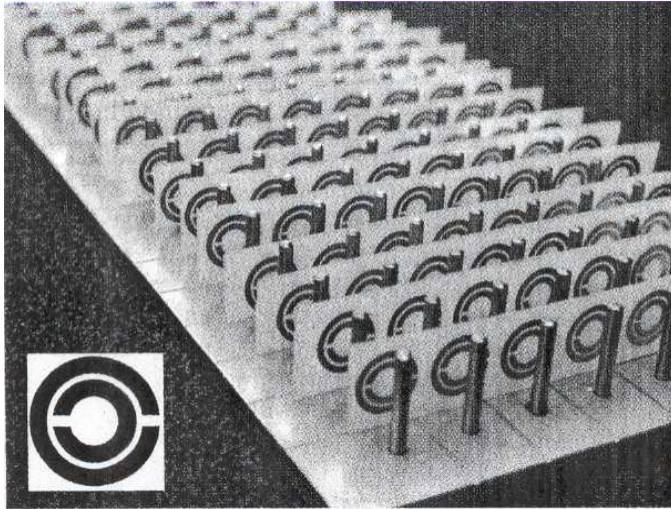
Assuming that it is always possible to express  $v$  in terms of such a series, we may easily determine the value of any coefficient  $a_n$  by multiplying

\* Schuster, *Phil. Mag.* Vol. xxxvii. (1894).

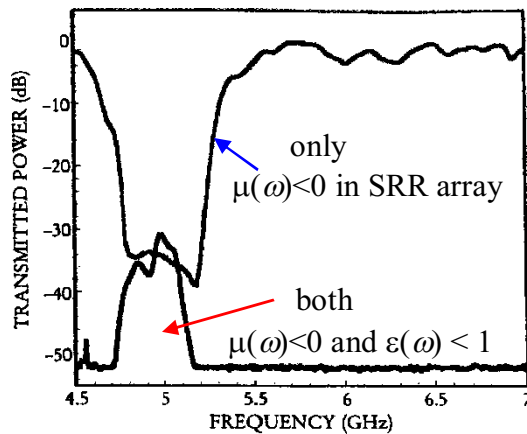


A split ring structure etched into copper circuit board plus copper wires to give negative  $\mu$  and negative  $\epsilon$  (courtesy David Smith and Shelly Schultz, UCSD).

# 1-D L-H Structures: San Diego Approach



2-D composite medium : split ring resonators (SRR) provide  $\mu(\omega) < 0$ , while metallic wires provide  $\epsilon(\omega) < 1$ , for overlapping  $w$ . Lattice constant is 8 mm



As predicted by Pendry

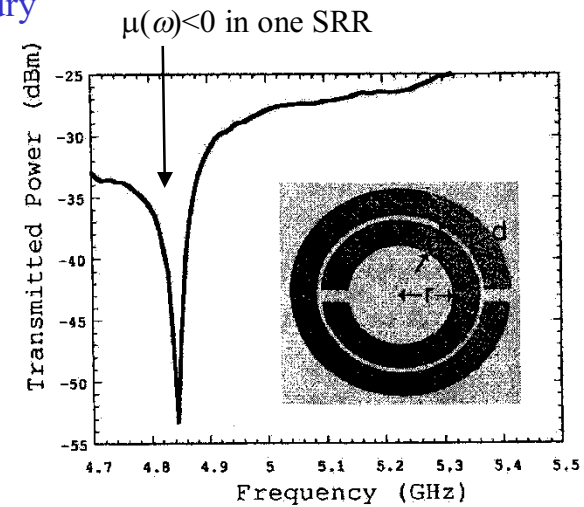


FIG. 1. Resonance curve of an actual copper split ring resonator (SRR).  $c = 0.8$  mm,  $d = 0.2$  mm, and  $r = 1.5$  mm. The SRR has its resonance at about 4.845 GHz, and the quality factor has been measured to be  $Q = f_0/\Delta f_{3dB} > 600$ , consistent with numerical simulations.

A way to 3-D:

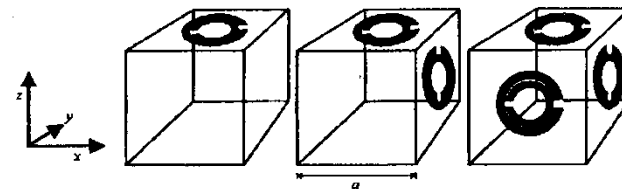


Fig. 14. Building 3-D symmetry: each successive restacking of the structure adds a ring to another side of the unit cell.

## Experimental Verification and Simulation of Negative Index of Refraction Using Snell's Law

C. G. Parazzoli, R. B. Gregor, K. Li, B. E. C. Koltenbah, and M. Tanielian  
Boeing Phantom Works, P.O. Box 3999, Seattle, Washington 98124

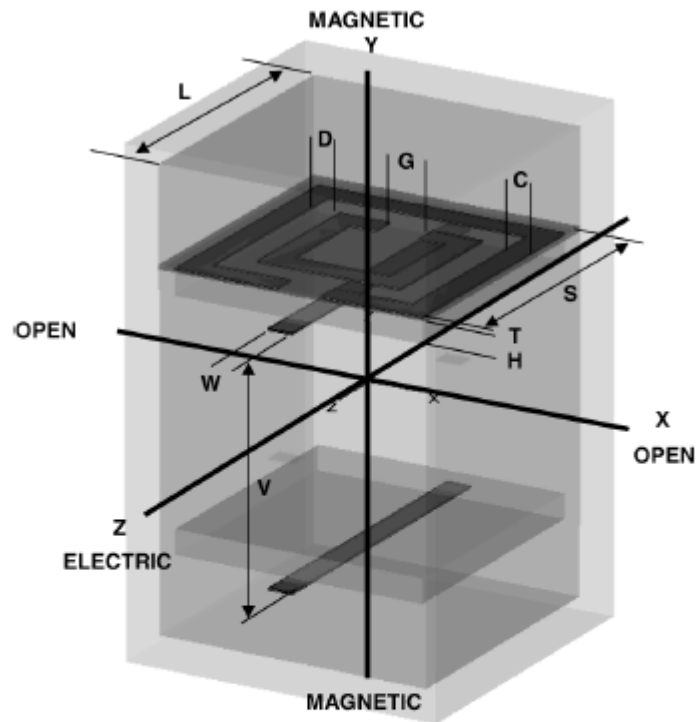


FIG. 1. Unit cell of the 90° HWD structure used in the numerical simulations. The direction of propagation of the electromagnetic field is along the  $x$  axis, the electric field is oriented along the  $z$  axis, and the magnetic field is along the  $y$  axis.  $C = 0.025$  cm,  $D = 0.030$  cm,  $G = 0.046$  cm,  $H = 0.0254$  cm,  $L = 0.33$  cm,  $S = 0.263$  cm,  $T = 17.0 \times 10^{-4}$  cm,  $W = 0.025$  cm, and  $V = 0.255$  cm.

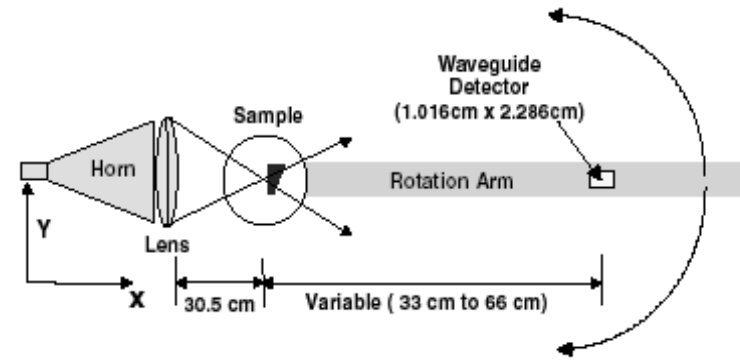
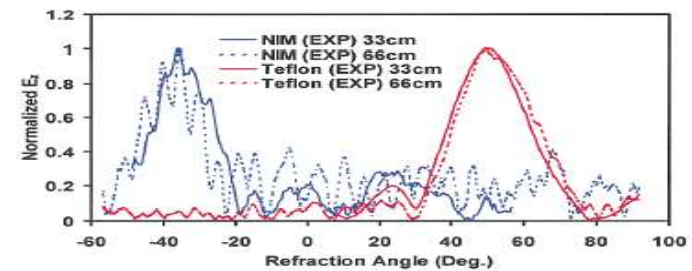
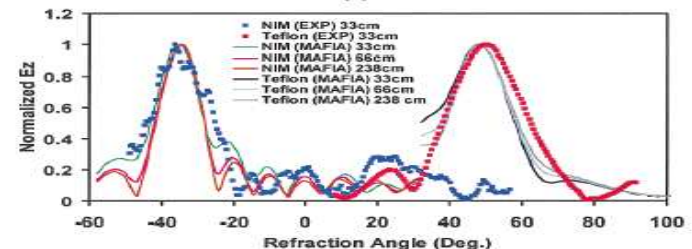


FIG. 2. Schematic of the setup used in the Snell's law experiment showing the conical horn, lens, sample, and waveguide detector. The measurements were made in the focused and collimated mode at 33 and 66 cm away from the sample.



(a)



(b)

FIG. 6 (color). (a) Measured angular profile of the normalized electric field amplitude  $E_z(r)$ , at a constant frequency  $f = 12.6$  GHz for detector distances of 33 and 66 cm from the Teflon and 90° HWD NIM wedges. (b) Measured 33 cm data compared to simulated results at 33, 66, and 238 cm ( $100\lambda$ ) from the Teflon and 90° HWD NIM wedges.

# Experimental solution of negative refraction problem

## D.R.Smith & al, Science, 292,77(2001)

Fig. 1. Photograph of the left-handed metamaterial (LHM) sample. The LHM sample consists of square copper split ring resonators and copper wire strips on fiber glass circuit board material. The rings and wires are on opposite sides of the boards, and the boards have been cut and assembled into an interlocking lattice.

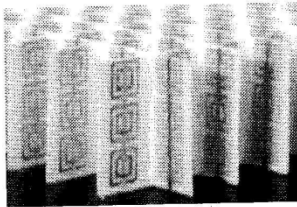
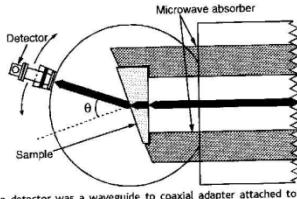


Fig. 2. Diagram of experimental setup. The sample and the microwave absorber were placed between top and bottom parallel, circular aluminum plates spaced 1.2 cm apart. The radius of the circular plates was 15 cm. The black arrows represent the microwave beam as would be refracted by a positive index sample. The detector was rotated around the circumference of the circle in 1.5° steps, and the transmitted power spectrum was measured as a function of angle,  $\theta$ , from the interface normal. The detector was a waveguide to coaxial adapter attached to a standard X-band waveguide, whose opening was 2.3 cm in the plane of the circular plates.  $\theta$  shown is positive in this figure.



where  $\omega_{\text{res}}$  is the "magnetic plasma frequency,"  $f = \sqrt{-1}$ , and

$$\epsilon(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2 - \omega_{\text{res}}^2}{\omega^2 - \omega_{\text{res}}^2 + \gamma\omega} \quad (2)$$

where  $\omega_{\text{res}}$  is the electronic resonance fre-

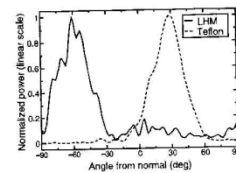


Fig. 3. Transmitted power at 10.5 GHz as a function of refraction angle for both a Teflon sample (dashed curve) and a LHM sample (solid curve). The two curves were normalized such that the magnitude of both peaks is unity. For the Teflon sample, the refracted power peak was measured to be 27°, corresponding to a positive index of refraction of  $1.4 \pm 0.1$ . For the LHM sample, the peak was at  $-61^\circ$ , from which we deduce the index of refraction to be  $-2.7 \pm 0.1$ . The beam width is set by diffraction at the exit of the incident channel and the angular sensitivity of the detector and is similar to the beam width that is measured without a sample in place.

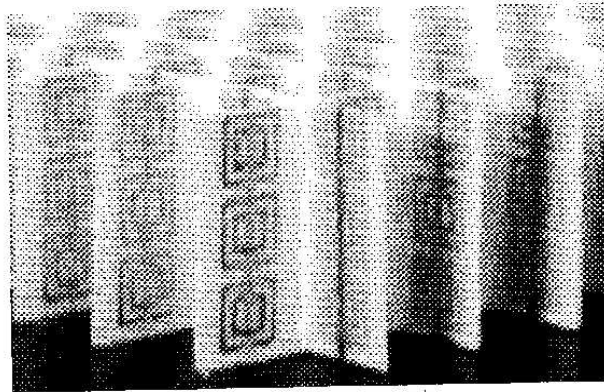
78

6 APRIL 2001 VOL 292 SCIENCE www.sciencemag.org

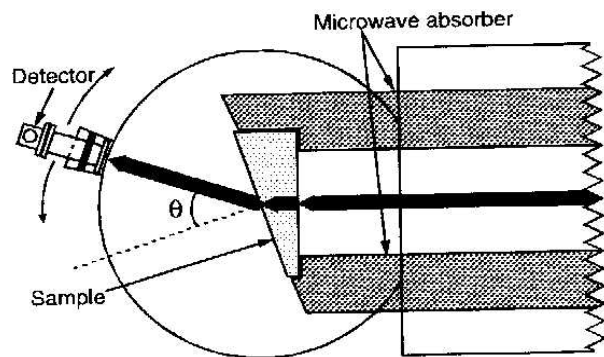
- Very important problem - how isotropic are left-handed composite materials ?
- End second question - how to decrease their frequency dispersion?

# Device for direct observation of negative refraction in composite material

**Fig. 1.** Photograph of the left-handed metamaterial (LHM) sample. The LHM sample consists of square copper split ring resonators and copper wire strips on fiber glass circuit board material. The rings and wires are on opposite sides of the boards, and the boards have been cut and assembled into an interlocking lattice.



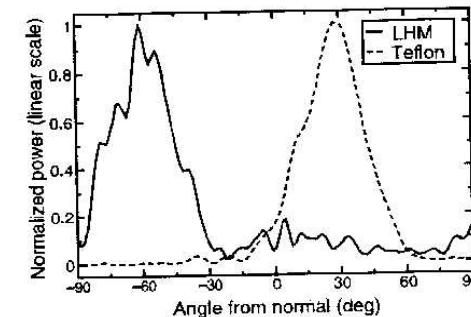
**Fig. 2.** Diagram of experimental setup. The sample and the microwave absorber were placed between top and bottom parallel, circular aluminum plates spaced 1.2 cm apart. The radius of the circular plates was 15 cm. The black arrows represent the microwave beam as would be refracted by a positive index sample. The detector was rotated around the circumference of the circle in 1.5° steps, and the transmitted power spectrum was measured as a function of angle,  $\theta$ , from the interface normal. The detector was a waveguide to coaxial adapter attached to a standard X-band waveguide, whose opening was 2.3 cm in the plane of the circular plates.  $\theta$  as shown is positive in this figure.



where  $\omega_{mp}$  is the magnetic plasma frequency,  $\omega_{mp}$  is the “magnetic plasma frequency,”  $i = \sqrt{-1}$ , and

$$\frac{\epsilon(\omega)}{\epsilon_0} = 1 - \frac{\omega_{cp}^2 - \omega_{co}^2}{\omega^2 - \omega_{co}^2 + i\gamma\omega} \quad (2)$$

where  $\omega_{co}$  is the electronic resonance fre-



**Fig. 3.** Transmitted power at 10.5 GHz as a function of refraction angle for both a Teflon sample (dashed curve) and a LHM sample (solid curve). The two curves were normalized such that the magnitude of both peaks is unity. For the Teflon sample, the refracted power was measured to be 27°, corresponding to a positive index of refraction of  $1.4 \pm 0.1$ . For the LHM sample, the peak was at  $-61^\circ$ , from which we deduce the index of refraction to be  $2.7 \pm 0.1$ . The beam width is set by diffraction at the exit of the incident channel and the angular sensitivity of the detector and is similar to the beam width that is measured without a sample in place.



Near-Perfect Imaging in a Focusing System Based on a Left-Handed-Material Plate

A. N. Lagarkov and V. N. Kissel\*

Different ways exist to ensure the effective dielectric properties of a composite  $\epsilon' < 0$ . A highly homogeneous medium may be produced using elements of one type, namely, spirals arranged in a special manner [4].

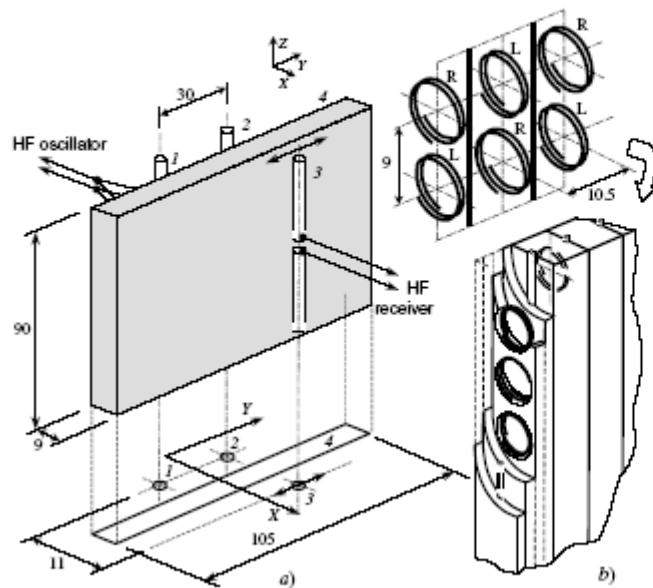


FIG. 2. Schematic of the experimental facility.

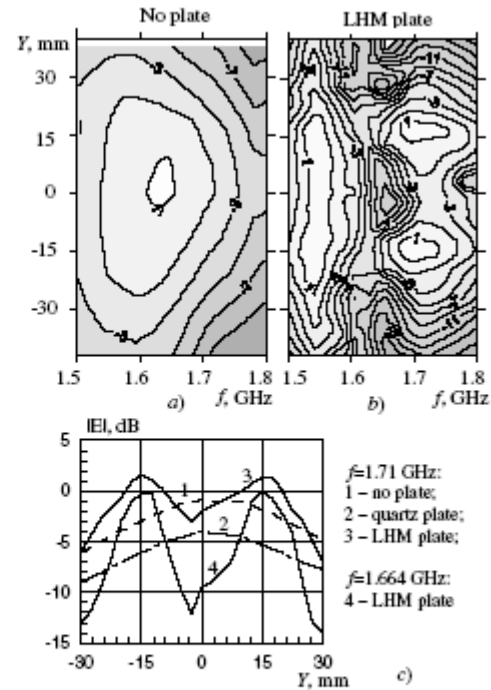
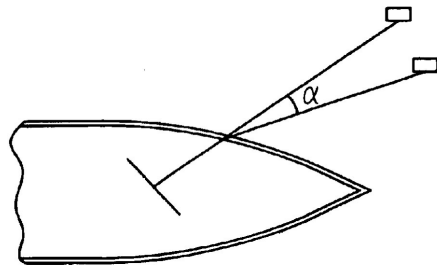


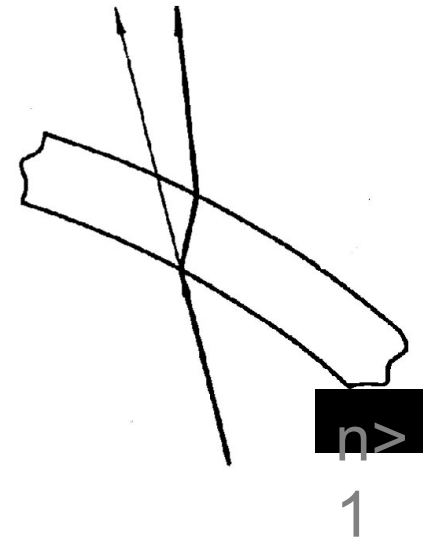
FIG. 3. The results of measurements of the field amplitude on different frequencies, with the receiving antenna moving parallel to the plate.

# Применение метаматериала с отрицательным показателем преломления для компенсации угловых ошибок, вносимых обтекателем антенны

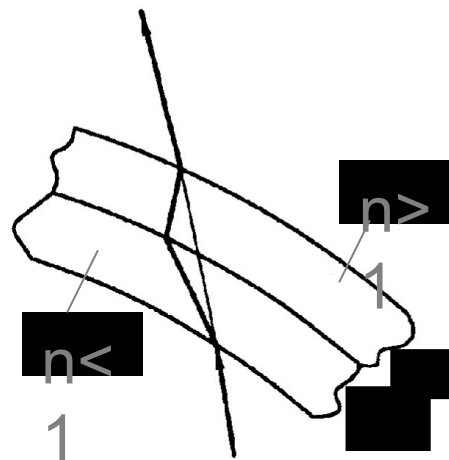
Угловая ошибка

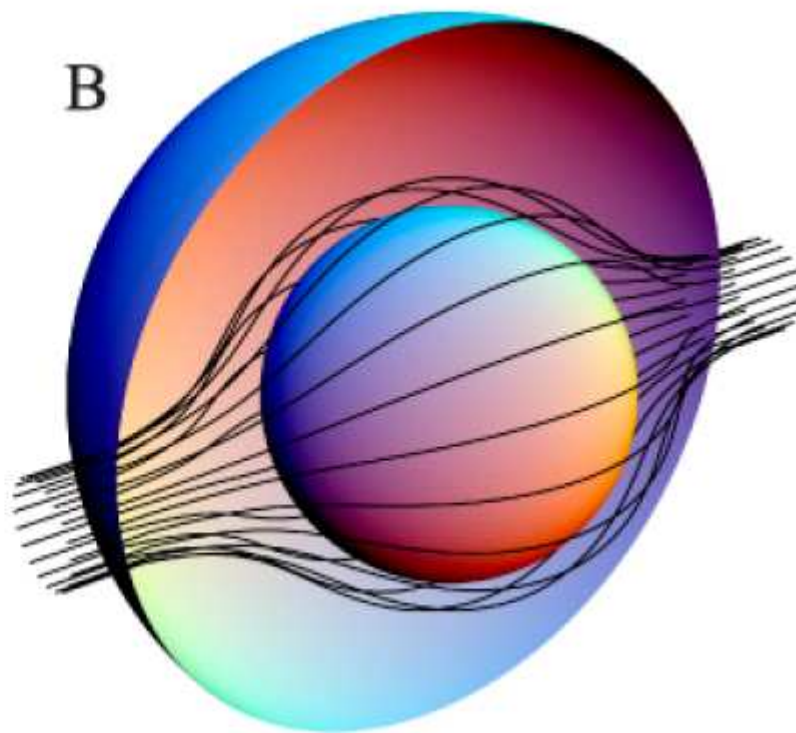
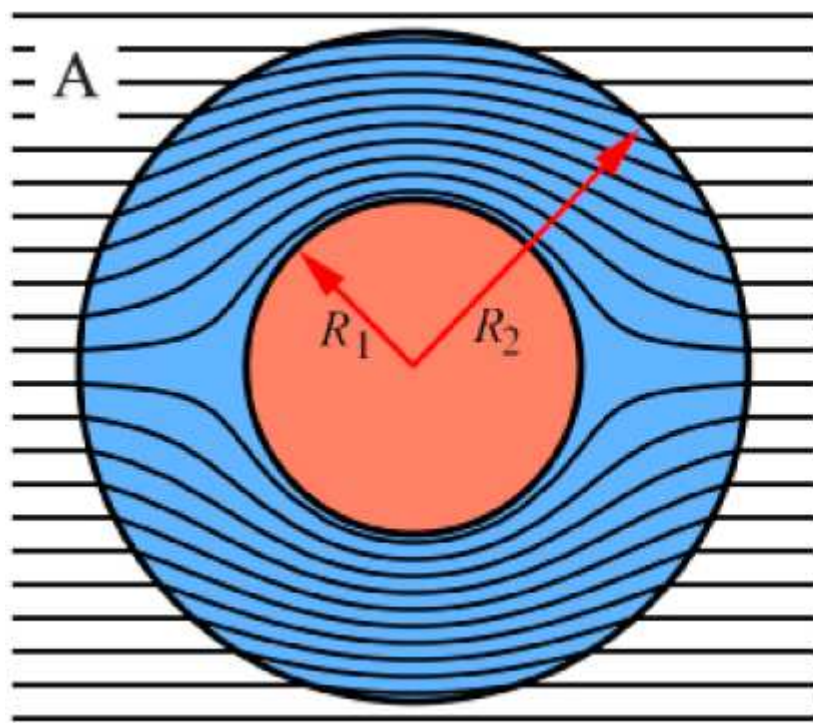


Преломление луча в стенке обтекателя



Компенсация угловой ошибки





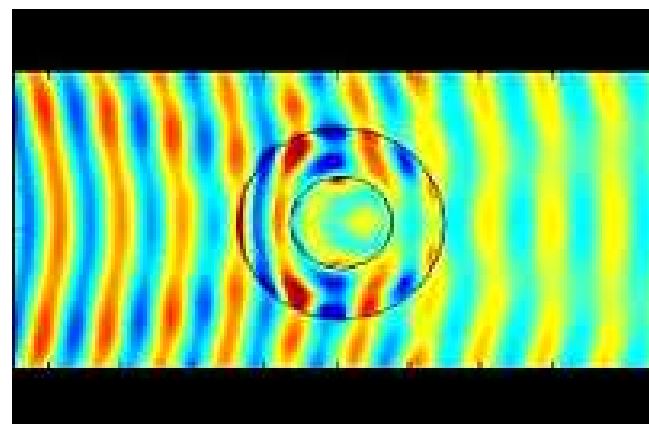
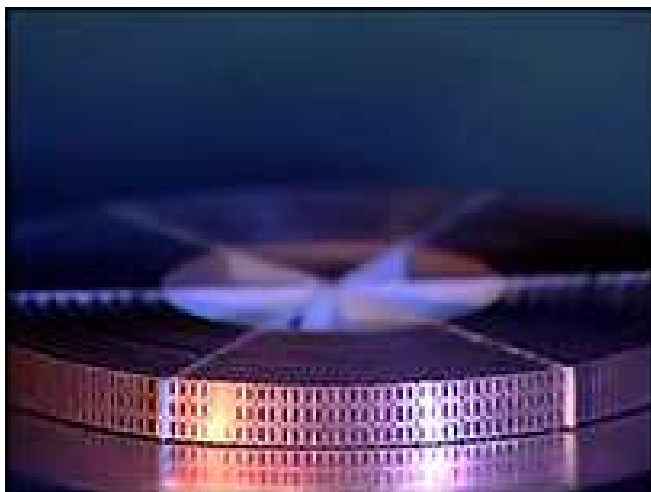
Лучевая картина, рассчитанная в предположении  $R_2 \gg \lambda$ .

Лучи соответствуют направлению переноса энергии.

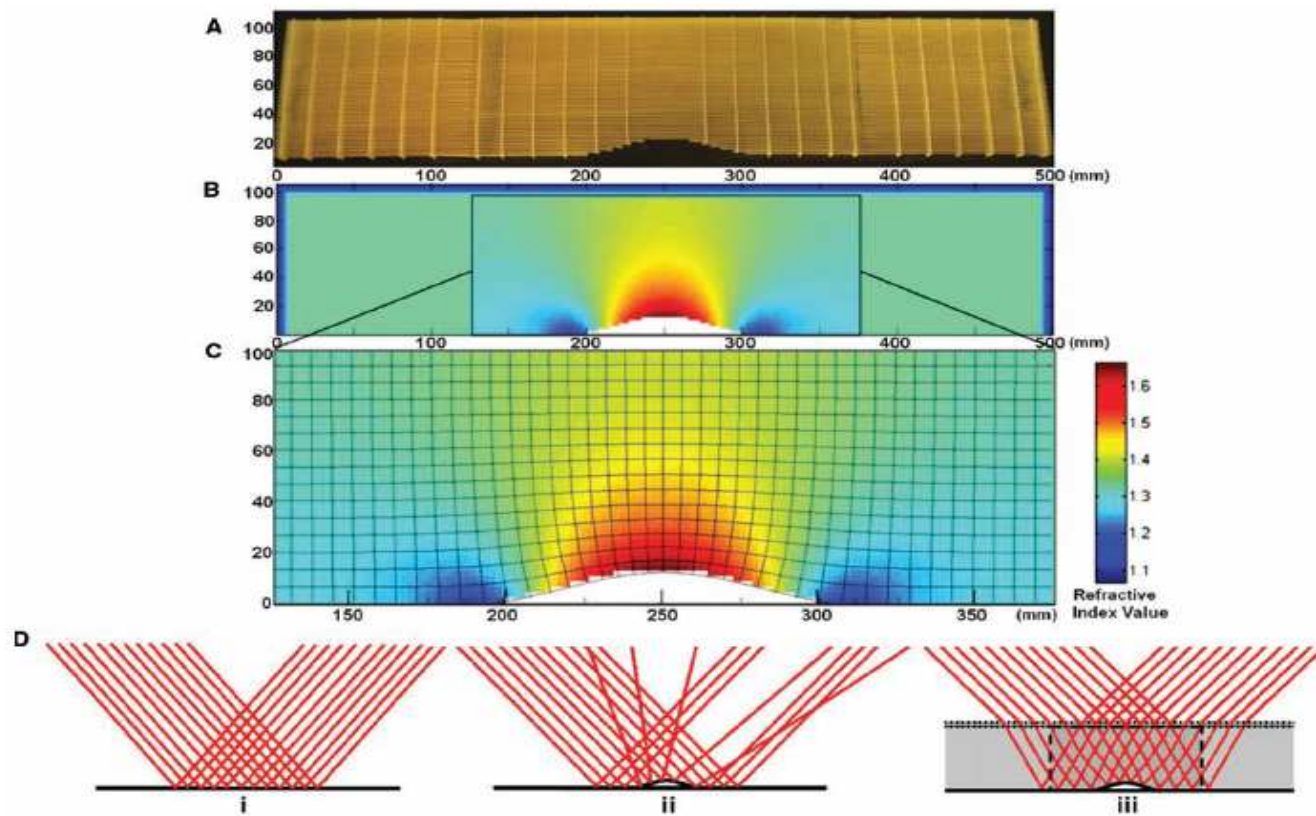
Область радиуса  $R_1$  скрыта от наблюдателя.

Любой предмет, размещенный внутри этой области, будет невидимым.

# Первый эксперимент, подтверждающий эффект «невидимости» в СВЧ диапазоне



# Компенсация нарушений плоскости зеркала

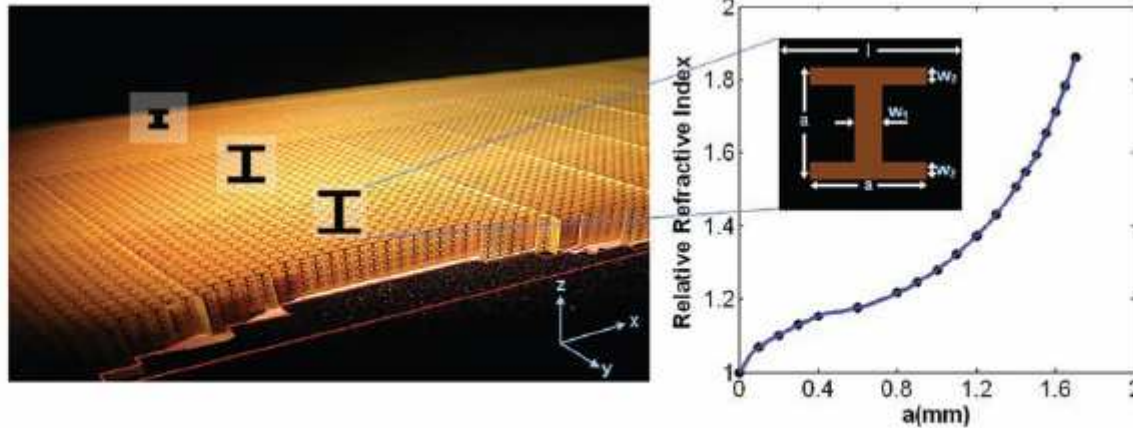


**Broadband Ground-Plane Cloak**

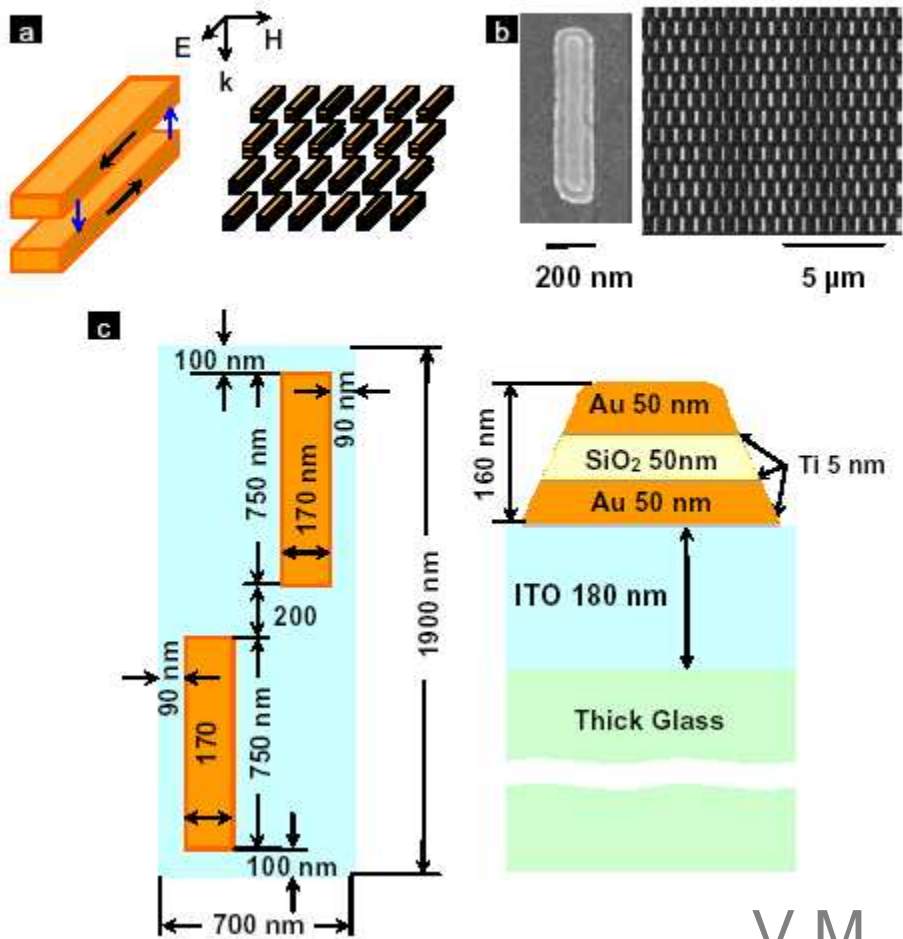
R. Liu, *et al.*  
*Science* **323**, 366 (2009);

# Конструкция компенсатора

**Fig. 2.** The design of the nonresonant elements and the relation between the unit cell geometry and the effective index. The dimensions of the metamaterial unit cells are  $l = 2$  mm,  $w_1 = 0.3$  mm,  $w_2 = 0.2$  mm, and  $a$  varying from 0 to 1.7 mm.



# Метаматериал для инфракрасной области



V.M.  
Shalaev et

# Фотолитография с использованием тонкой серебряной пленки

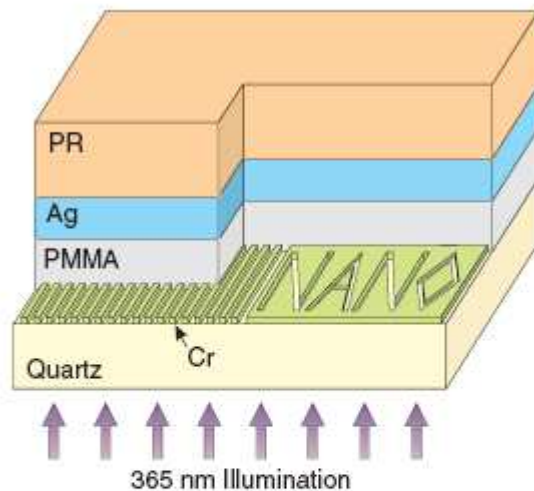
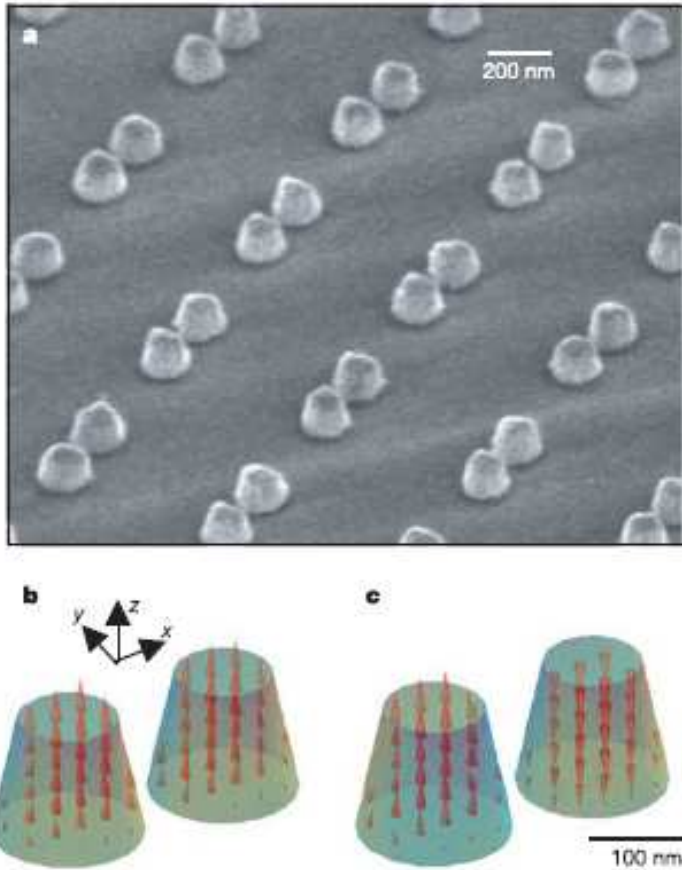


Fig. 1. Optical superlensing experiment. The embedded objects are inscribed onto the 50-nm-thick chrome (Cr); at left is an array of 60-nm-wide slots of 120 nm pitch, separated from the 35-nm-thick silver film by a 40-nm PMMA spacer layer. The image of the object is recorded by the photoresist on the other side of the silver superlens.



An arbitrary object “NANO” was imaged by silver superlens. (A) FIB image of the object. The linewidth of the “NANO” object was 40 nm. Scale bar in (A) to (C), 2 mm. (B) AFM of the developed image on photoresist with a silver superlens. (C) AFM of the developed image on photoresist when the 35-nm-thick layer of silver was replaced by PMMA spacer as a control experiment.





**Figure 1 | Nanofabricated medium with magnetic response at optical frequencies.** **a**, Scanning electron micrograph (viewed at an angle) of an array of Au nanopillars. **b**, **c**, Numerical simulation of the distribution of electric currents (arrows) inside a pair of such pillars for the symmetric and antisymmetric resonant z-modes, respectively. The non-cylindrical shape of pillars is important to provide an efficient coupling to incident light, and was intentionally introduced in our design through a choice of microfabrication procedures.

Основной результат – если мы имеем материал с отрицательным преломлением, то он может быть описан на языке, который основан на понятиях отрицательного  $n$  и отрицательного  $k$ .

Но – при отрицательном  $n$  многие известные формулы электродинамики и оптики оказываются неверными и должны быть модифицированы – смотри следующий слайд

Часто применяемое «немагнитное приближение», при котором принимается  $\mu = 1$ , может приводить к существенным ошибкам

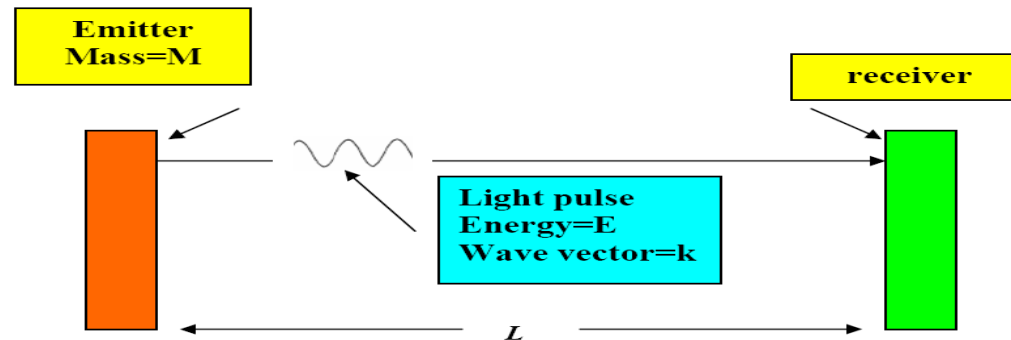
Физический закон	Немагнитное приближение	Точная формула
Снеллиус, Допплер, Черенков $n = \sqrt{\varepsilon} \rightarrow n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ если $\varepsilon, \mu < 0$ , то $n < 0$	$\sin \varphi / \sin \psi = n_{21} = \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1}$	$\sin \varphi / \sin \psi = n_{21} = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}$
Френель $n = \sqrt{\varepsilon} \rightarrow 1/Z = \sqrt{\varepsilon / \mu}$	$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos \psi}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi}$	$r_{\perp} = \frac{Z_2 \cos \varphi - Z_1 \cos \psi}{Z_2 \cos \varphi + Z_1 \cos \psi}$
Коэффициент отражения при нормальном падении света на границу раздела	$r = (n_1 - n_2) / (n_1 + n_2)$	$r = (Z_2 - Z_1) / (Z_2 + Z_1)$
Условие отсутствия отражения	$n_1 = n_2$	$Z_1 = Z_2$
Брюстер	$\operatorname{tg} \varphi = n$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1 \mu_1}}$

The more complicated question is about negative  $k$ . Does it mean, that instead of light pressure, like in vacuum, we have in LHM, following relation  $P=hk$ , light attraction?

- This problem could not be resolved, if we do not know, what is a value of light pressure in more simple case, namely in materials with positive  $n>1$  and  $k=n\omega/c > k_0=\omega/c$
- Sorry, at present this problem has many approaches, but not a single convincing decision.

energy, linear momentum and mass transfer from emitter to receiver in vacuum, following Einstein's paper

*Ann. Phys..20, 627 (1906)*



Time  $t$  of passing wave packet from emitter to receiver

$$t = L/c$$

Momentum  $p$  of light pulse = recoil momentum of emitter

$$p = hk = E/c$$

Velocity of emitter

$$V = p/M$$

Movement of emitter

$$X = Vt = pL/Mc$$

Mass  $\Delta m$ , transferred from emitter to receiver, following center of mass conservation law  $MX = \Delta mL$

$$\Delta m = pL/cL = E/c^2$$

Return back to text on previous slide, namely to very famous equation  $E=mc^2$  .

$$E=mc^2=m*c*c$$

What does it mean two chars “c” ?

May be “c” means only constants? Or they have some definite physical meaning?

**Answer – red equations on previous slide.**

One “c” is “ $c_{gr}$ ” - group velocity of light,  
the second “c” is “ $c_{ph}$ ” - phase velocity.

So, two “c” in equation  $E=mc^2$  have definite, but different physical meanings, namely phase and group velocities.

So, we have now not  $E=mc^2$   
but  $E=mc_{ph}c_{gr}$

**This result is very important !**

**There is a natural question - what happens if the space between the emitter and the receiver does not fill the vacuum, but a substance with the phase and group velocity  $V_{ph}$  and  $V_{gr}$ ?**

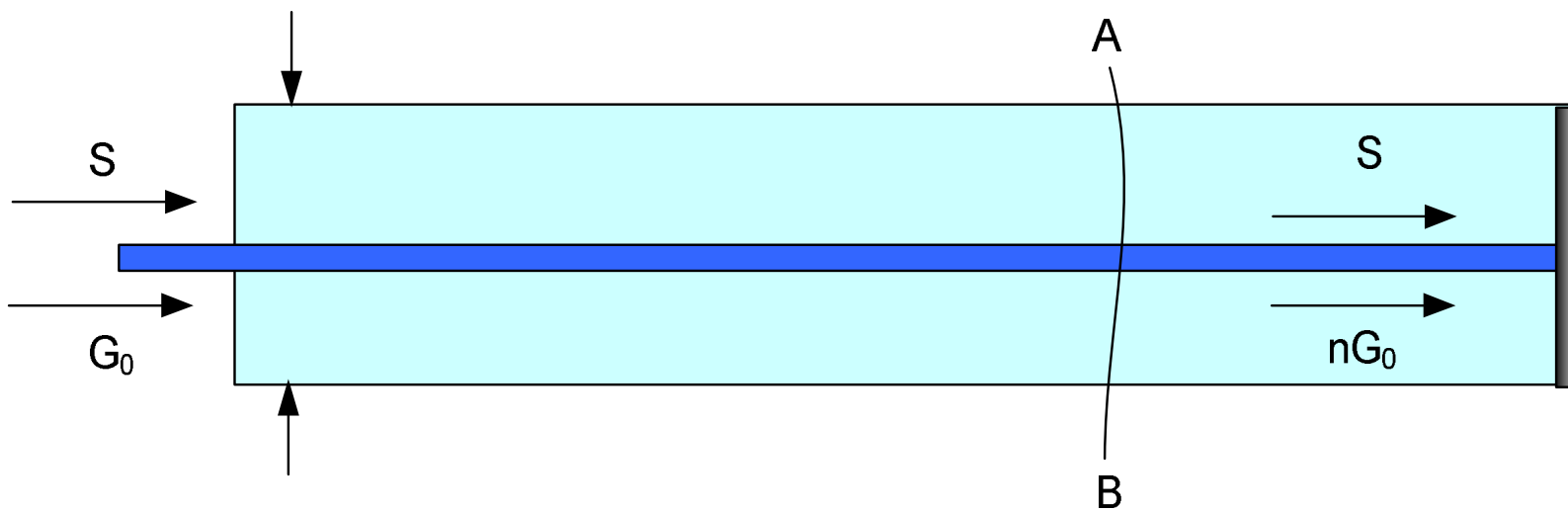
**Should not we in this case replace the equation**

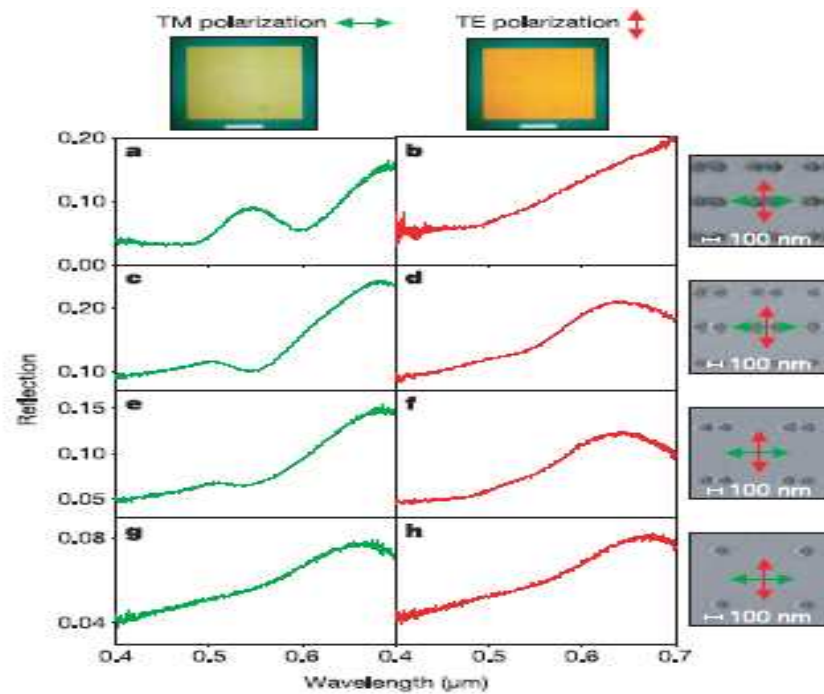
**$E = mc^2$  on  $E = mV_{ph}V_{gr}$ ?**

**And what about sign of  $E$  if  $V_{ph}$  and  $V_{gr}$  has opposite directions.**



## Распространение света в прозрачном веществе с поглотителем на конце





**Figure 2 | Experimental reflection spectra for our nanostructured media.** Green and red curves are for TM and TE polarizations of normal incident light, respectively. Micrographs of the studied samples are shown on the right. For all the samples, pillars have the same separation  $s = 140$  nm, height  $h = 90$  nm and average diameter  $d = 110$  nm. Spectra **a**, **b**, are for the sample of **c**, **d**, but covered with an optically thin layer of glycerine; for **c**, **d**, the lattice constant  $a = 400$  nm; for **e**, **f**,  $a = 600$  nm; **g**, **h**, are for isolated pillars with  $a = 600$  nm. The top photographs show images of the sample **a**, **b**, in white light for two polarizations.

средах направления фазовой и групповой скоростей должны совпадать (с одной оговоркой, о которой сказано ниже). Действительно, плотность электромагнитной энергии (7) — существенно положительная величина. В случае плоской однородной монохроматической волны  $\varepsilon(\mathbf{E}\mathbf{E}^*) = \mu(\mathbf{H}\mathbf{H}^*)$ . Поэтому

$$\frac{d(\omega\varepsilon)}{d\omega} + \frac{\mu}{\varepsilon} \cdot \frac{d(\omega\mu)}{d\omega} > 0. \quad (13)$$

Это неравенство должно соблюдаться для любых сред, у которых знаки  $\varepsilon$  и  $\mu$  совпадают, поскольку оно выведено в предположении, что в среде может распространяться однородная монохроматическая волна, для которой  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu > 0$ . В том же предположении имеет смысл говорить

312

Д. В. Сивухин

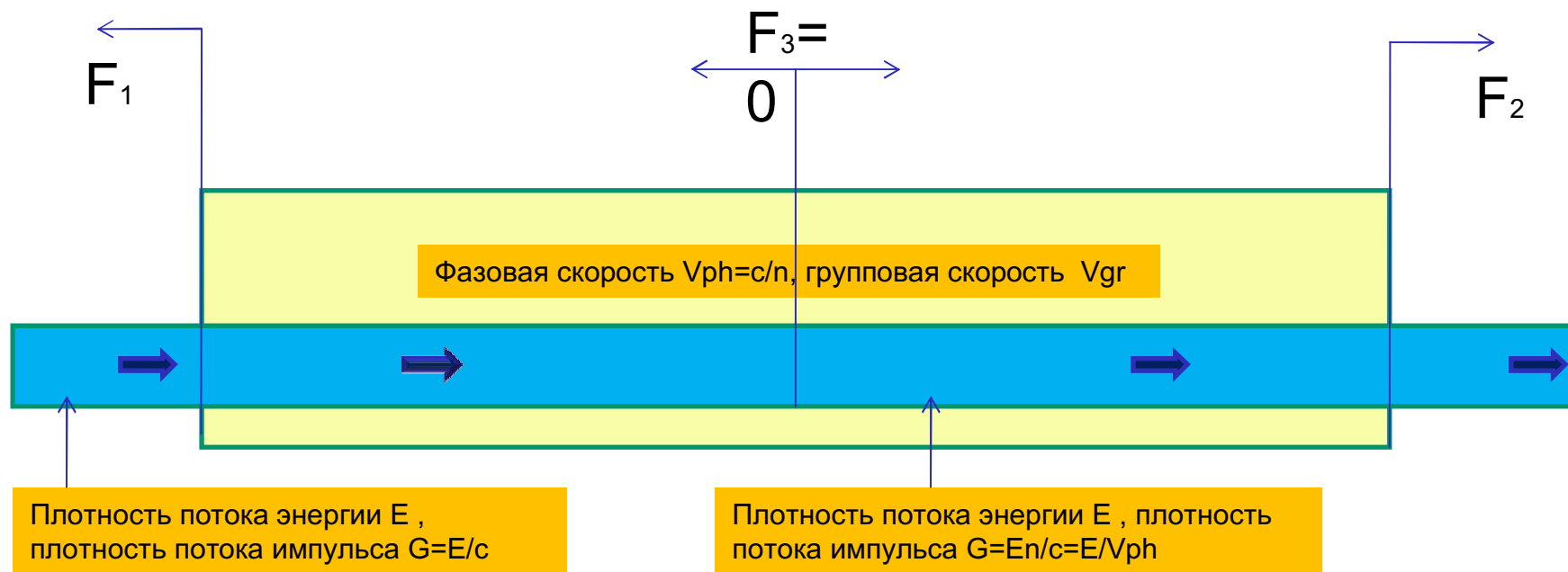
о групповой скорости. С помощью  $k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon\mu$  можно преобразовать (13) к виду

$$\mu \frac{\omega}{k} \cdot \frac{d\omega}{dk} = \mu v_{\text{ф}} v_{\text{г}} > 0, \quad (14)$$

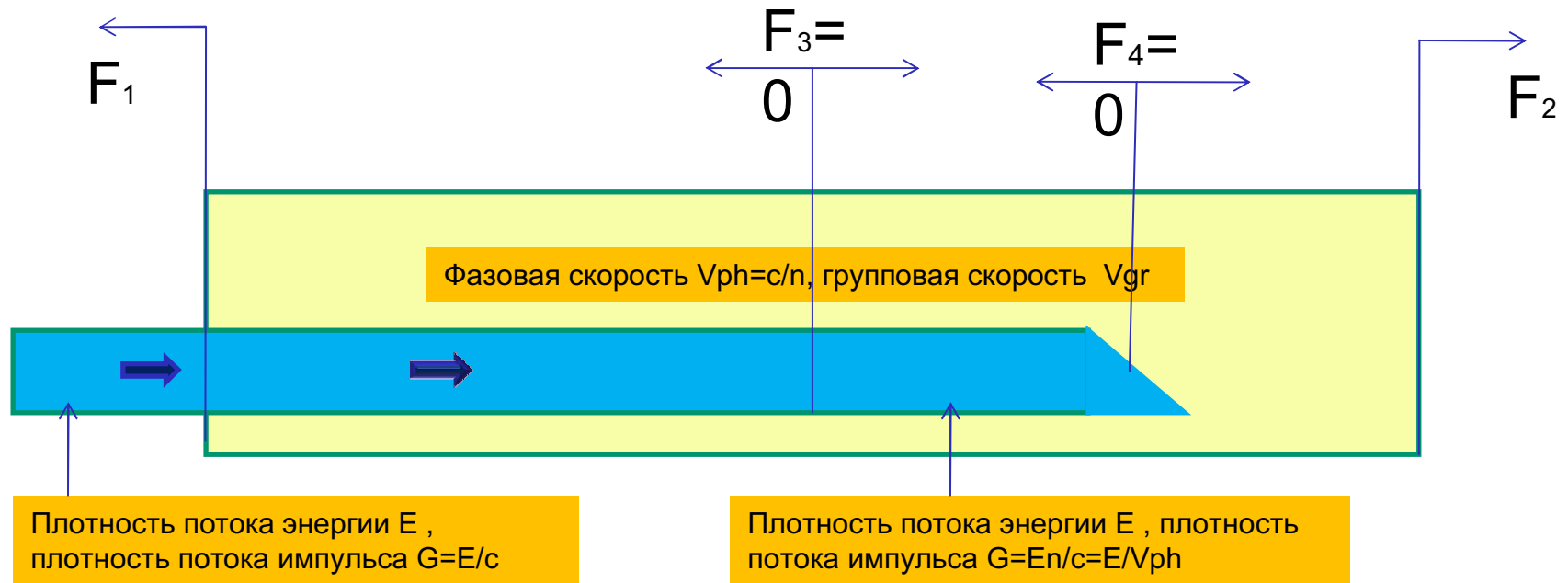
где  $v_{\text{ф}}$  — фазовая, а  $v_{\text{г}}$  — групповая скорости. Если  $\mu > 0$ , а, следовательно,  $\varepsilon > 0$ , то  $v_{\text{ф}} v_{\text{г}} > 0$ , т. е. направления фазовой и групповой скоростей совпадают. В этом случае волновой вектор прошедшей волны  $\mathbf{k}_2$  направлен от границы раздела в сторону второй среды.

Если  $\mu < 0$ , а следовательно,  $\varepsilon < 0$ , то  $v_{\text{ф}} v_{\text{г}} < 0$ , т. е. фазовая и групповая скорости направлены противоположно. Если бы этот случай был возможен, то волновой вектор прошедшей волны  $\mathbf{k}_2$  был бы направлен к границе раздела, т. е. в сторону первой среды. Среда с  $\varepsilon < 0$  и  $\mu < 0$  неизвестны. Вопрос о принципиальной возможности существования таких сред не выяснен.

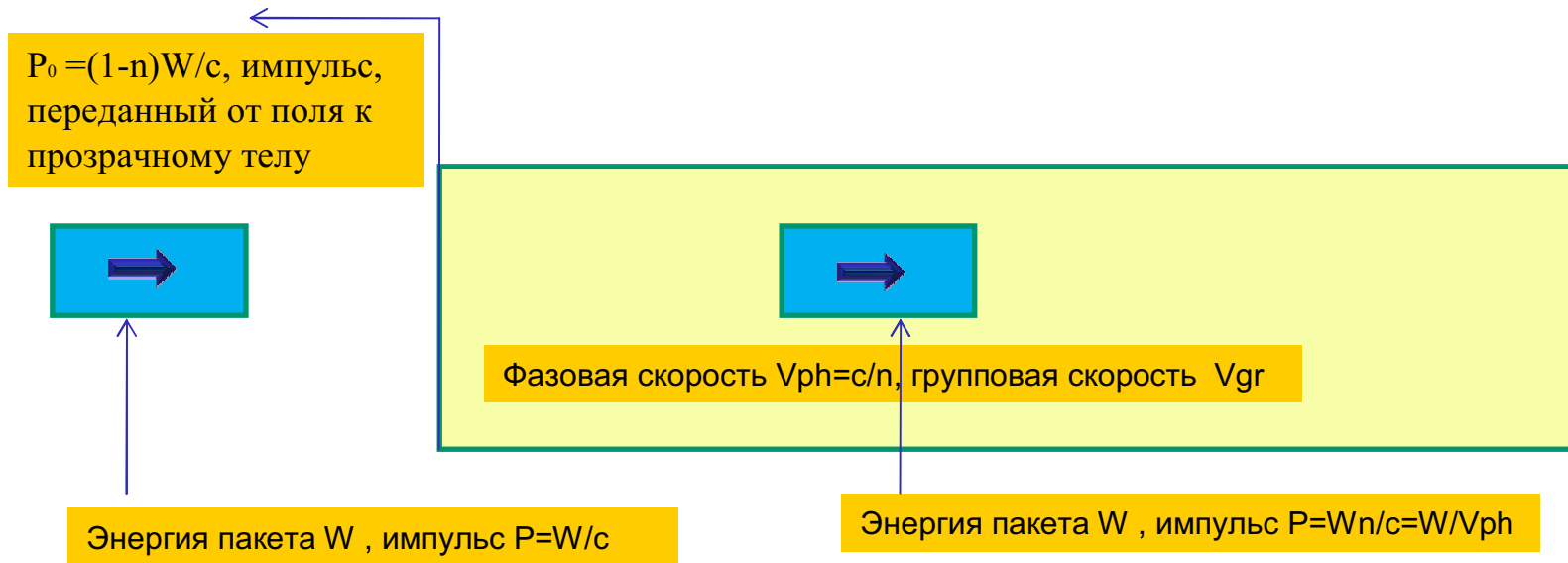
# Прохождение света насквозь через прозрачное, неотражающее тело (геометрия I)



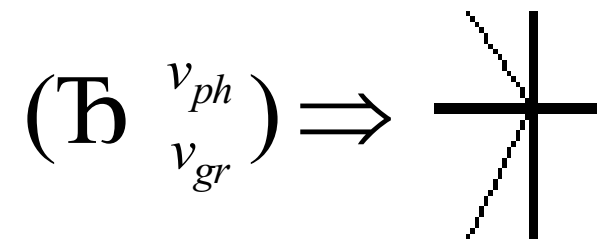
# Прохождение света внутри прозрачного, неотражающего тела (геометрия II)



# Прохождение короткого волнового пакета через границу прозрачного неотражающего тела (геометрия III)

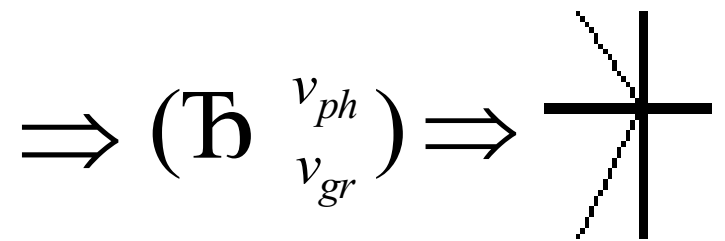


Schuster, 1904



Мандельштам, ЖЭТФ, 15, 475, 1945

Материалы с пространственно  
модулированными параметрами,  
по современной терминологии  
это – фотонные кристаллы





Lamb H., Proc. London. Math.Soc. 1, 473, (1904)  
Pocklington H.C. Nature, 71, 607, (1905)

Материалы с пространственно  
модулированными параметрами,  
по современной терминологии  
это – фотонные кристаллы

$$\Rightarrow \left( \mathbf{b} \begin{matrix} v_{ph} \\ v_{gr} \end{matrix} \right)$$

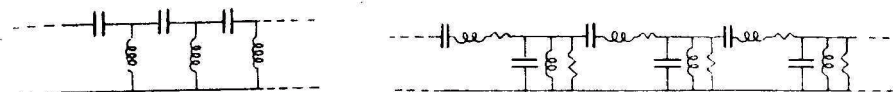
цепочка из конденсаторов и самоиндукций (рис. 1), в то время как уравнения (4) такой моделью является цепочка иного вида (рис. 2).

Известно, что правильное решение для установившихся колебаний, заданных источником в бесконечной области, можно получить, как предел

$$e^{i\omega t} u(x, y, z) = \lim_{t_0 \rightarrow -\infty} \dot{v}(x, y, z, t; t_0),$$

где  $\dot{v}(x, y, z, t; t_0)$  — решение волнового уравнения для случая, когда при  $t < t_0$  во всей области имел место покой, а с момента  $t = t_0$  начал действовать излучатель, совершающий колебания по закону  $e^{i\omega t}$ .

Для получения интересующего нас вывода можно ограничиться одномерным случаем. Рассмотрим в области  $x > 0$  и при  $t > t_0$  решения уравнений (4) и (5) при условиях: при  $t = t_0$ ;  $v = \dot{v} = 0$  и при  $t > t_0$ ;  $v = 0$ ;  $\dot{v} = e^{i\omega t}$ .



Мы видим, что во втором случае, в противоположность первому, волны распространяются не от излучателя (расположенного в точке  $x = 0$ ) в бесконечность, а идут из бесконечности к излучателю. Этот результат справедлив для уравнения (5) также в двух- и трехмерном случаях. Можно считать, что среда обладает в первом случае положительной фазовой скоростью, а во втором — отрицательной.

При формулировке условия излучения в задачах дифракции синусоидальных волн обычно подразумевается [иногда молчаливо, если отсутствует ссылка на уравнение (4)], что фазовая скорость положительна. Между тем, как показывает приведенный пример, возможен противоположный случай. В то же время направление распространения энергии всегда положительно, т. е. совпадает с направлением от источника.

# Transmission line also may be left !



## LH TL as the DUAL of the RH TL

Conventional **RH** TL (lossless)

$$Z' = j\omega L' (\Omega/m)$$

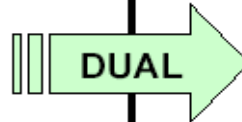


$$Y' = j\omega C' (S/m)$$



$dz$  length

low - pass



**LH** TL (lossless)

$$Z' = 1/(j\omega C') (\Omega/m)$$



$$Y' = 1/(j\omega L') (S/m)$$



$dz$  length

high - pass

$$\gamma = j\beta = \sqrt{Z'Y'} = j\omega\sqrt{L'C'}$$

$$\beta = \omega\sqrt{L'C'} \rightarrow \text{linear}$$

$$\begin{cases} v_p = \omega/\beta = 1/\sqrt{L'C'} > 0 \\ v_g = d\omega/d\beta = 1/\sqrt{L'C'} > 0 \end{cases}$$

$$v_p = v_g = cste \rightarrow \text{non-dispersive}$$

$$\eta = \sqrt{Z'/Y'} = \sqrt{(j\omega L')/(j\omega C')} = \sqrt{L'/C'}$$

$$\gamma = j\beta = \sqrt{Z'Y'} = -j/(\omega\sqrt{L'C'})$$

$$\beta = -1/(\omega\sqrt{L'C'}) \rightarrow \text{nonlinear}$$

$$\begin{cases} v_p = -\omega^2\sqrt{L'C'} < 0 \\ v_g = +\omega^2\sqrt{L'C'} > 0 \end{cases}$$

$$v_p = -v_g = fct(\omega) \rightarrow \text{dispersive}$$

$$\eta = \sqrt{(j\omega C')^{-1}/(j\omega L')^{-1}} = \sqrt{L'/C'}$$

**ЛНМ, реализованный  
на основе элементов  
линии передачи**

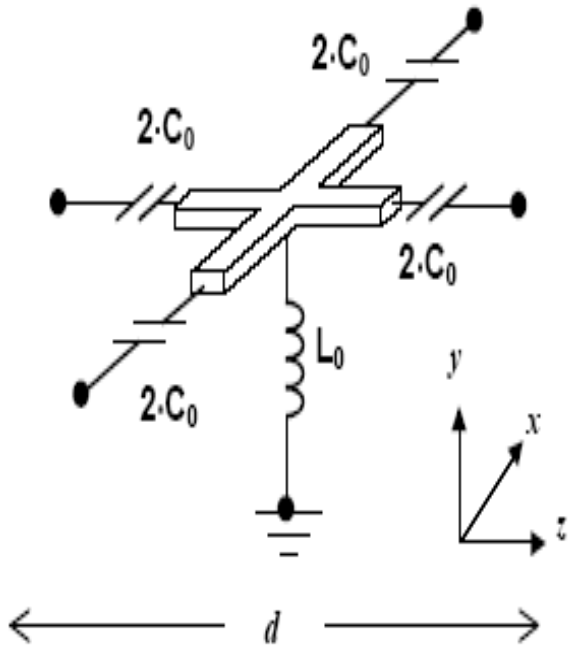


Fig. 1. Unit cell for the 2-D transmission line NRI metamaterial.

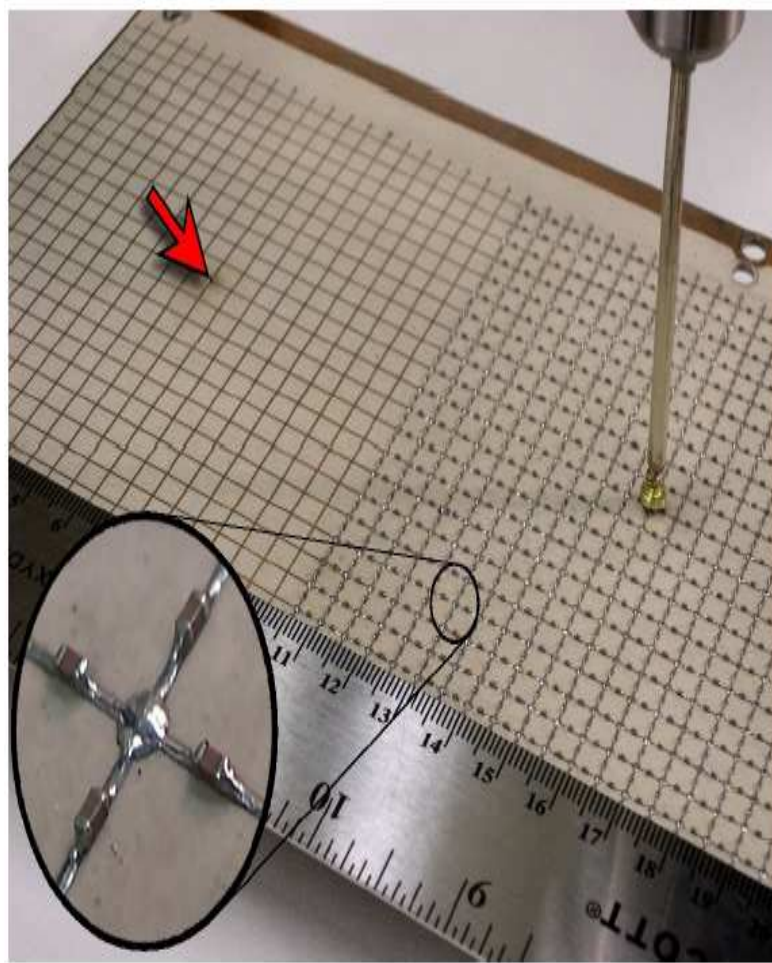
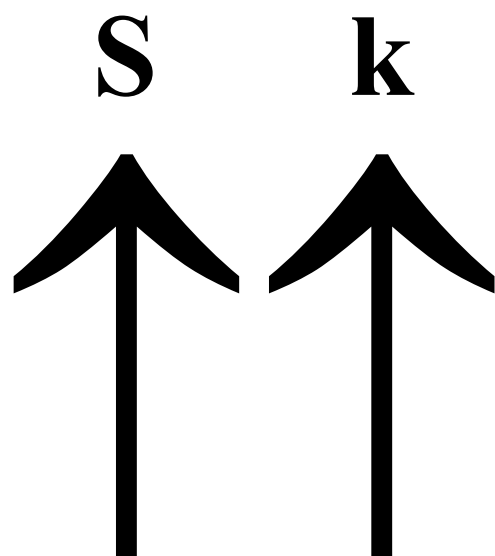
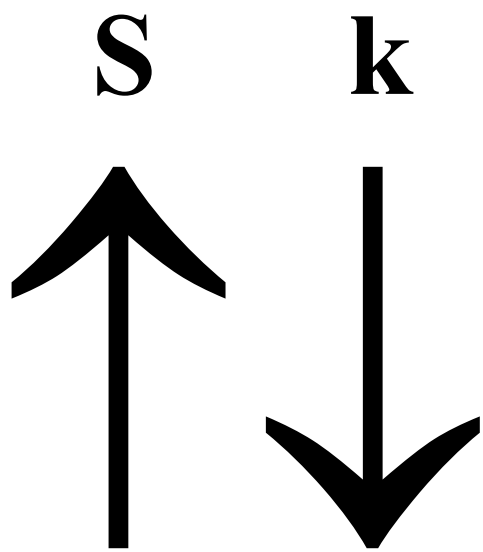


Fig. 5. Experimental prototype. The PRI region measures 21×21 cells (105mm×105mm), and the adjacent NRI region measures 21×40 cells (105mm×200mm). The inset magnifies a single NRI unit cell, consisting of a microstrip grid loaded with surface-mounted capacitors and an inductor embedded into the substrate at the central node. The near-field detecting probe is also depicted, and the arrow indicates the location of the vertical excitation probe.



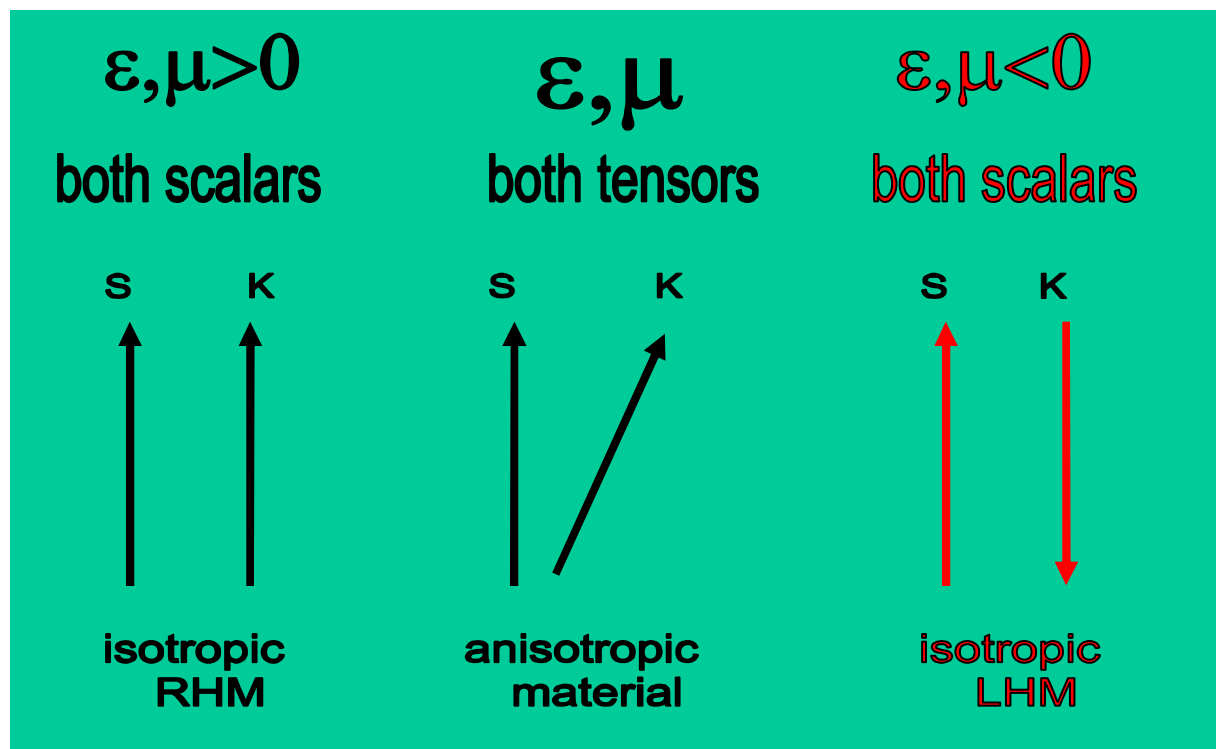
$$\varepsilon, \mu > 0 \quad \frac{kc}{\omega} = n > 0$$

**Важно – величины  $\varepsilon, \mu, n$  – являются скалярами!  
Материал изотропен!**



$$\varepsilon, \mu < 0 \quad \frac{kc}{\omega} = n < 0$$

# О возможной классификации



# Метаматериалы в задачнике по физике

## § 3. Электрическое поле в веществе.

Энергия электрического поля.

Энергетический метод вычисления пондеромоторных сил

3.1. На сколько отличается от единицы диэлектрическая постоянная  $\epsilon$  «идеального газа», состоящего из большого количества проводящих шариков радиусом  $r$ . Плотность (концентрация) шариков  $n$  мала, так что  $r^3 n \ll 1$ .

6.26. Насколько отличается от единицы магнитная постоянная  $\mu$  «идеального газа», состоящего из большого числа сверхпроводящих шариков радиусом  $r$ ? Концентрация шариков  $n$  мала, так что  $nr^3 \ll 1$ .

## Первая статья с упоминанием о возможности создания композитных диэлектриков?

SOVIET PHYSICS JETP

VOLUME 21, NUMBER 5

NOVEMBER, 1965

### MINUTE METALLIC PARTICLES IN AN ELECTROMAGNETIC FIELD

L. P. GOR'KOV and G. M. ÉLIASHBERG

Institute of Chemical Physics, Academy of Sciences, U.S.S.R.

Submitted to JETP editor December 2, 1964

J. Exptl. Theoret. Phys. (U.S.S.R.) 48, 1407-1418 (May, 1965)

We consider some properties of metallic particles with dimensions so small that the spectrum of the electronic excitations becomes discrete. The existence of microscopic roughnesses on the particle surfaces makes it impossible to calculate the detailed level distribution in the spectrum of each individual particle. At the same time, the mean level density is still determined by the macroscopic characteristics of the metal. This circumstance allows us to describe the level distribution statistically, in a manner similar to that employed in nuclear physics to find the distribution of the highly excited levels of the atomic nucleus. The formulas obtained for the electric polarizability in a high-frequency field, especially the part of the polarizability responsible for the absorption, contain explicitly the binary correlation function introduced in Dyson's well-known papers. It is shown that all three types of level statistics proposed by Dyson are realized in the objects under study under different conditions. It therefore becomes possible to observe in the level scheme of a random system a long-range order that leads to strong oscillations of the absorption when the field frequency is varied. Formulas are also obtained for the specific heat and for the paramagnetic-resonance intensity in minute metallic particles. The possibility of experimentally observing the phenomena in question is discussed.

942

L. P. GOR'KOV and G. M. ÉLIASHBERG

electron travels from wall to wall ( $\sim v/a$ ), and the field intensities are small compared with the internal fields

$$eEa \ll \Delta,$$

the interaction of a "metallic" small particle with the field can be considered by using perturbation theory for a quantum system. In this range of fields the particle behaves like an atom with

ciently strong to mix the levels of the system. In these fields the system will have the usual metallic properties. As far as we know, no one has called attention to the anomalously large values of the polarizability of minute metallic particles in weak fields. Yet, apparently, this circumstance uncovers a possibility of producing artificial dielectrics with large controllable dielectric constants. ✓



# What is Left Handed Electromagnetic media

## Graphic of the Technical Concept: **The $\epsilon(\omega) - \mu(\omega)$ Diagram**, or **a simple classification**

Plasma:

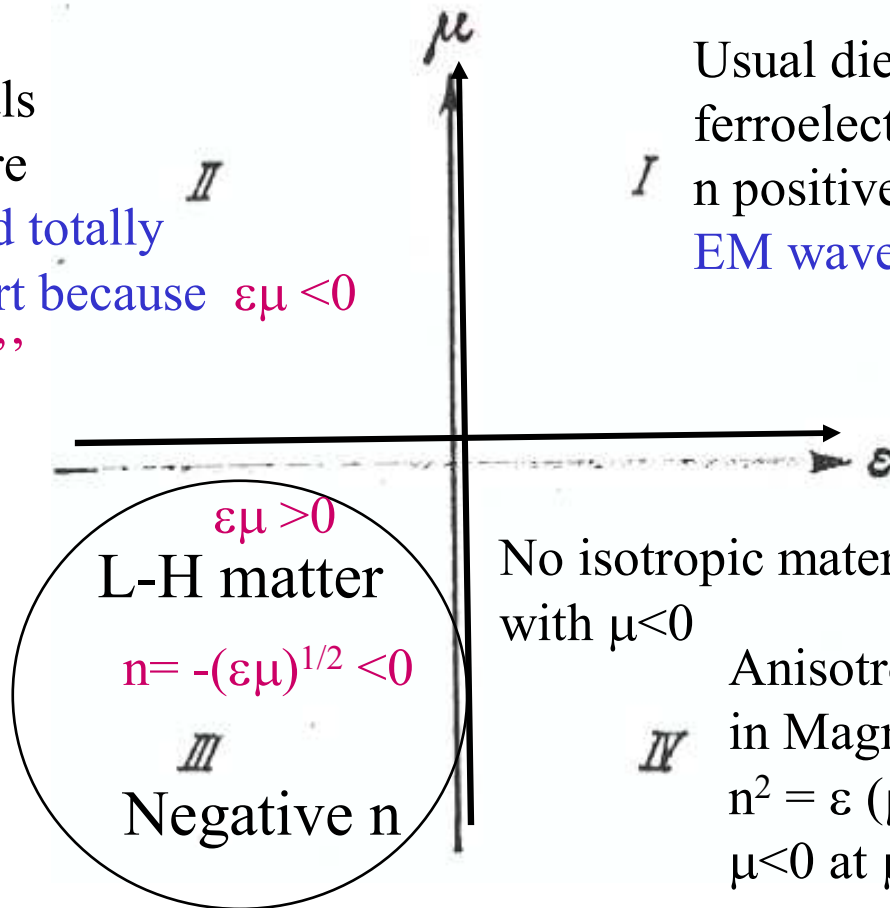
- electronic in metals
- ionic in ionosphere

EM waves reflected totally

$n$  has imaginary part because  $\epsilon\mu < 0$

$$n = (\epsilon\mu)^{1/2} = n' + in''$$

Victor Veselago  
predicted in 1967



Usual dielectrics,  
ferroelectrics

$n$  positive:  $n = (\epsilon\mu)^{1/2} > 0$

EM waves propagate through

No isotropic material exist  
with  $\mu < 0$

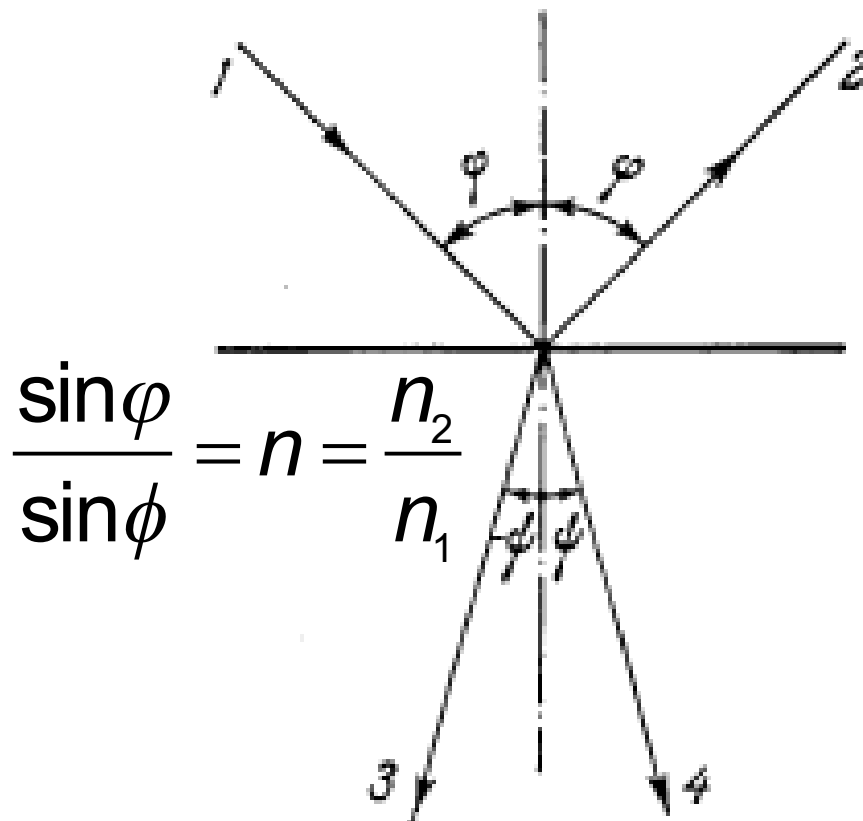
Anisotropic Ferromagnets

in Magnetic field:

$$n^2 = \epsilon (\mu_1 + / - \mu_2)$$

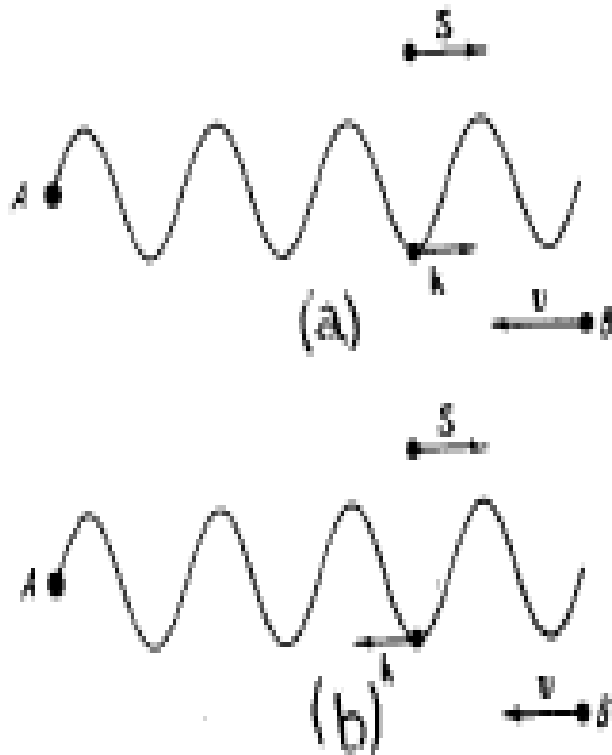
$$\mu < 0 \text{ at } \mu_1 < \mu_2$$

# Закон Снеллиуса справедлив всегда !



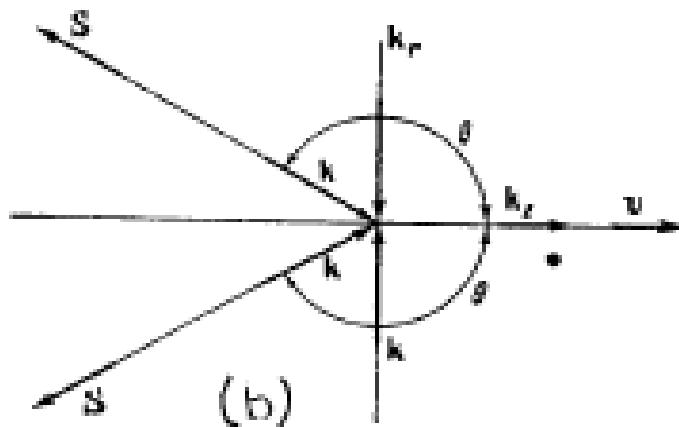
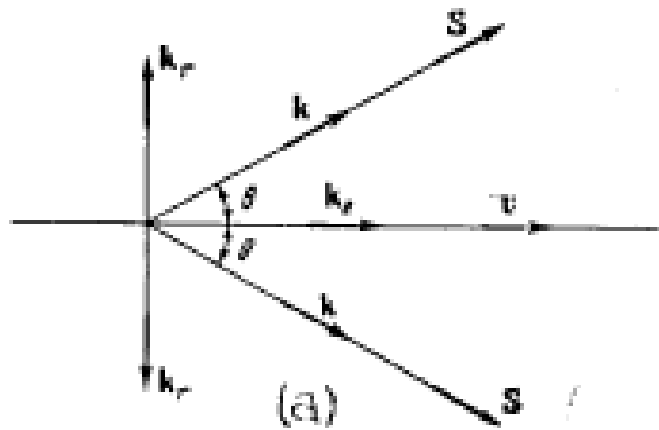
- **Ход лучей при прохождении границы между вакуумом и средой с коэффициентом преломления  $n$ .**
- **1-падающий луч**
- **2-отраженный луч**
- **3-преломленный луч при  $n < 0$**
- **4-преломленный луч при  $n > 0$**
- **$n = \sin \varphi / \sin \psi$**

# Знак Допплеровского сдвига частоты определяется знаком коэффициента преломления



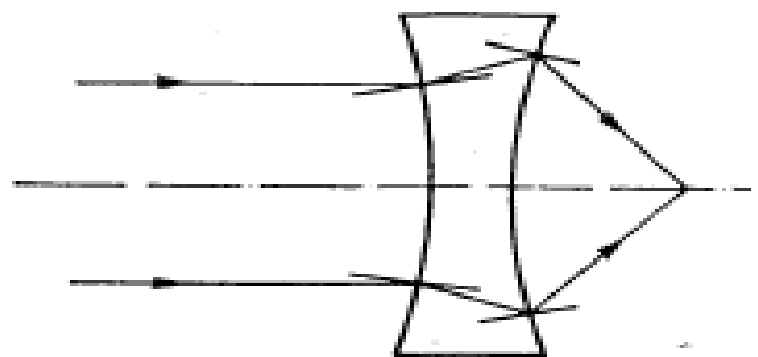
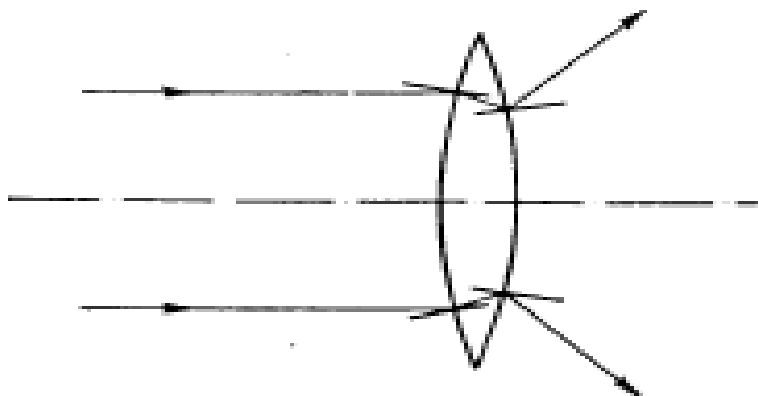
- $\Delta\omega = \omega_0 n V/c$
- (a) -  $n > 0$
- (b) -  $n < 0$
- В обоих случаях:
- A – источник излучения
- B - приемник
- S – вектор Пойнтинга
- k – волновой вектор

# Эффект Черенкова в обоих случаях



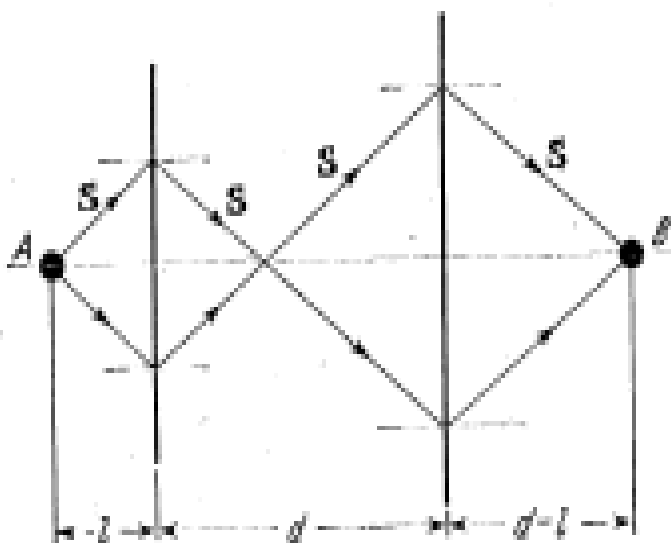
- (a) -  $n > 0$
- (b) -  $n < 0$

# Линзы меняются своими свойствами



- Пути лучей в линзах, выполненных из материала с  $n < 0$

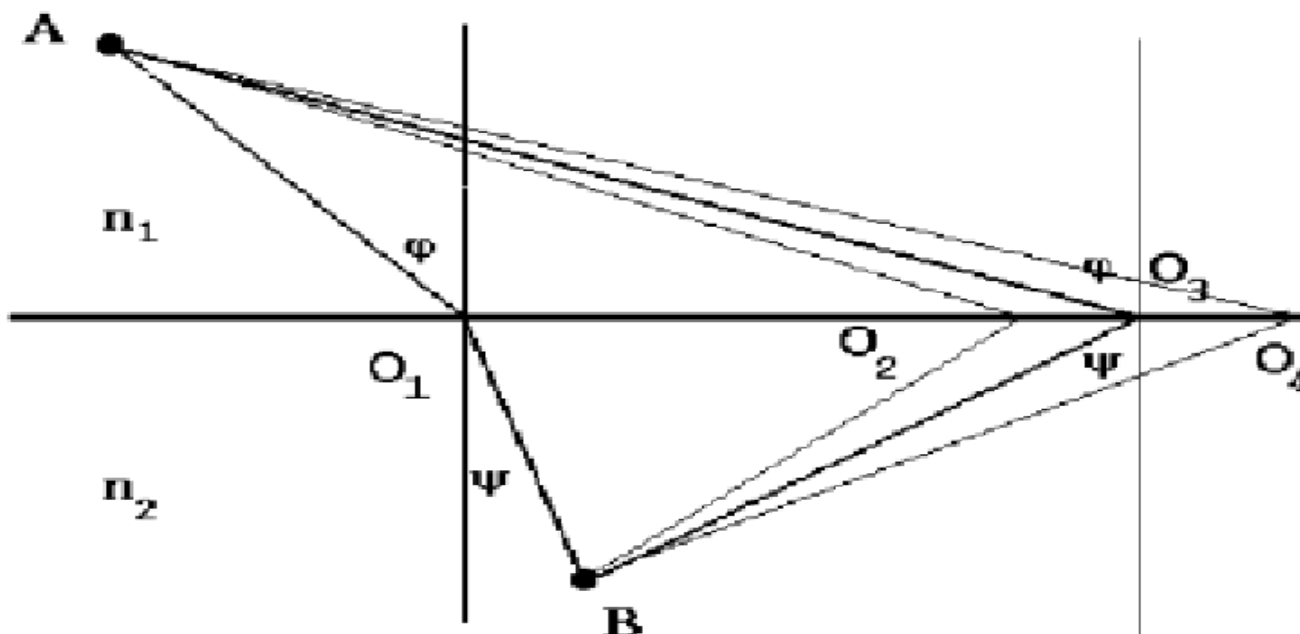
# Плоская квазилинза



- Это устройство может фокусировать в точку излучение точечного источника, но это не линза – она не может сфокусировать в точку параллельный пучок лучей, и она не имеет оптической оси

**Но это устройство является идеальным оптическим инструментом - она преобразует 3D объект в 3D изображение без каких-либо искажений**

# Принцип Ферма в случае $n = n_2 / n_1 < 0$



Путь  $AO_1B$  в случае  $n > 0$ , путь  $AO_3B$  в случае  $n < 0$

## Еще раз о принципе Ферма

- Формулировка принципа Ферма звучит как «локальный экстремум полного оптического пути света». Если свет частично идет в ЛНМ, а частично в РНМ – длина оптического пути может оказаться равной нулю. Пример – плоская квазилинза.

$$\delta \left( \int n dl \right) = 0$$



# ОСНОВНОЙ ВОПРОС

Величина показателя преломления  $n=(\epsilon\mu)^{1/2}$  не меняется при одновременном изменении знаков у величин  $\epsilon$  и  $\mu$ .

Вопрос: А что изменяется?

Возможные ответы:

- **Ничего не меняется.** Это означало бы, что электродинамика не зависит от одновременной смены знаков у  $\epsilon$  и  $\mu$ .
- **Существование** материалов с одновременно отрицательными значениями  $\epsilon$  и  $\mu$  **в принципе невозможно**, так как это противоречит каким-либо фундаментальным законам.
- **Электродинамика материалов с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$  существенно отличается от случая  $\epsilon > 0$  и  $\mu > 0$**

Часто применяемое «немагнитное приближение», при котором принимается  $\mu = 1$ , может приводить к существенным ошибкам

Физический закон	Немагнитное приближение	Точная формула
Снеллиус, Допплер, Черенков $n = \sqrt{\varepsilon} \rightarrow n = \sqrt{\varepsilon\mu}$ если $\varepsilon, \mu < 0$ , то $n < 0$	$\sin \varphi / \sin \psi = n_{21} = \sqrt{\varepsilon_2 / \varepsilon_1}$	$\sin \varphi / \sin \psi = n_{21} = \sqrt{\varepsilon_2 \mu_2 / \varepsilon_1 \mu_1}$
Френель $n = \sqrt{\varepsilon} \rightarrow 1/Z = \sqrt{\varepsilon / \mu}$	$r_{\perp} = \frac{n_1 \cos \varphi - n_2 \cos \psi}{n_1 \cos \varphi + n_2 \cos \psi}$	$r_{\perp} = \frac{Z_2 \cos \varphi - Z_1 \cos \psi}{Z_2 \cos \varphi + Z_1 \cos \psi}$
Коэффициент отражения при нормальном падении света на границу раздела	$r = (n_1 - n_2) / (n_1 + n_2)$	$r = (Z_2 - Z_1) / (Z_2 + Z_1)$
Условие отсутствия отражения	$n_1 = n_2$	$Z_1 = Z_2$
Брюстер	$\operatorname{tg} \varphi = n$	$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{\frac{\varepsilon_2 \varepsilon_2 \mu_1 - \varepsilon_1 \mu_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \mu_2 - \varepsilon_1 \mu_1}}$

## Отрицательное преломление возможно только в среде с частотной дисперсией

Выражение для энергии

$$W = \frac{\partial(\varepsilon\omega)}{\partial\omega} E^2 + \frac{\partial(\mu\omega)}{\partial\omega} H^2$$

пусть  $\varepsilon = 1 - \frac{A_{el}^2}{\omega^2}$ , а  $\mu = 1 - \frac{A_{mag}^2}{\omega^2}$ .

При таком выборе выражение для  $W$  будет заведомо положительным.

Если положить  $A_{el}^2 = A_{mag}^2 = A^2$ , то  $n = 1 - \frac{A^2}{\omega^2}$

Фазовая скорость при этом будет равна  $v_{\phi} = \frac{c}{1 - \frac{A^2}{\omega^2}}$ , а групповая  $v_{gr} = \frac{c}{1 + \frac{A^2}{\omega^2}}$

Эти две скорости связаны соотношением  $\frac{c}{v_{\phi}} + \frac{c}{v_{gr}} = 2$

## Учет затухания.

Знаки мнимых частей у «эпсилон» и «мю»  
менять не надо!

Запишем пространственную зависимость волны в виде  $e^{jkz}$ , где  $k = k' + jk''$ .

При такой записи волна пропорциональна  $e^{jkz} = e^{-k''z} e^{jk'z}$ , что соответствует затуханию волны в положительном направлении оси  $Z$

Соответственно запишем

$$\varepsilon = \varepsilon' + j\varepsilon'' \text{ а } \mu = \mu' + j\mu''$$

Очевидно, что

$$k = k' + jk'' = \sqrt{(\varepsilon' + j\varepsilon'')(\mu' + j\mu'')} \approx \sqrt{\varepsilon'\mu'} \left[ 1 + \frac{j}{2} \left( \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} + \frac{\mu''}{\mu'} \right) \right]$$

При смене знаков  $\varepsilon'$  и  $\mu'$  действительная часть этого выражения меняет знак, а мнимая не меняется, и тем самым волна по-прежнему будет затухать в положительном направлении оси  $Z$ .

# Где можно искать материалы с отрицательным $n$ ?

## 1. Магнитные полупроводники, например шпинель



### Проблемы

- Сложная, долговременная технология
- Большая диссипация проходящей волны

## 2. Смесь электрических и магнитных зарядов (экзотика)

### Преимущество:

Полная изотропия

### Проблема:

Никто не знает, где и как достать магнитные заряды  
(монополи)

# Exotic Left-Handed Material

The mixture of electron plasma and gas of magnetic monopoles

$$\varepsilon = 1 - \frac{4\pi N_e q_e^2}{m_e \omega^2}$$

$$\mu = 1 - \frac{4\pi N_m q_m^2}{m_m \omega^2}$$

В материалах с отрицательными  $\epsilon$  и  $\mu$  фазовая и групповая скорости направлены в противоположные стороны, причем правильно считать групповую скорость положительной, а фазовую – отрицательной. Это обстоятельство приводит к некоторым особенностям в реализации хорошо известных физических законов. Эти особенности можно легко сформулировать, если принять, что для величины

$$n = k \frac{c}{\omega} = \pm \sqrt{\epsilon \mu}$$

в случае отрицательных  $\epsilon$  и  $\mu$  перед корнем следует выбирать знак «минус»

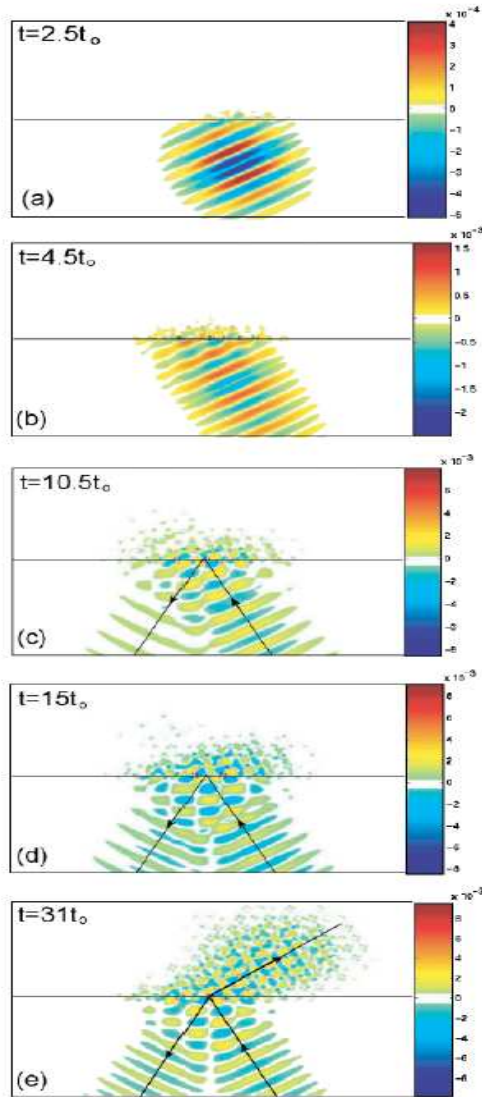


FIG. 3 (color online). The magnetic field of the Gaussian beam undergoing reflection and refraction for (a)  $t = 2.5t_0$ , (b)  $t = 4.5t_0$ , (c)  $t = 10.5t_0$ , (d)  $t = 15t_0$ , and (e)  $t = 31t_0$ .  $2t_0$  is the time difference between the outer and the inner rays to reach the interface;  $t_0 \approx 1.5T$ , where  $T$  is the period  $2\pi/\omega$ .

in Fig. 3(e). We present the results in terms of the time difference,  $2t_0$ , between the arrival of the outer and the inner rays at the interface. Figure 3(a) shows the result for  $t = 2.5t_0 \approx 3.7T \approx 500\delta t$ . Notice that no refracted

## Refraction in Media with a Negative Refractive Index

S. Foteinopoulou,<sup>1</sup> E. N. Economou,<sup>2</sup> and C. M. Soukoulis<sup>1,2,\*</sup>

<sup>1</sup>Ames Laboratory-USDOE and Department of Physics and Astronomy, Iowa State University, Ames, Iowa 50011

<sup>2</sup>Research Center of Crete, FORTH, Heraklion, Crete, Greece

(Received 20 June 2002; published 13 March 2003)

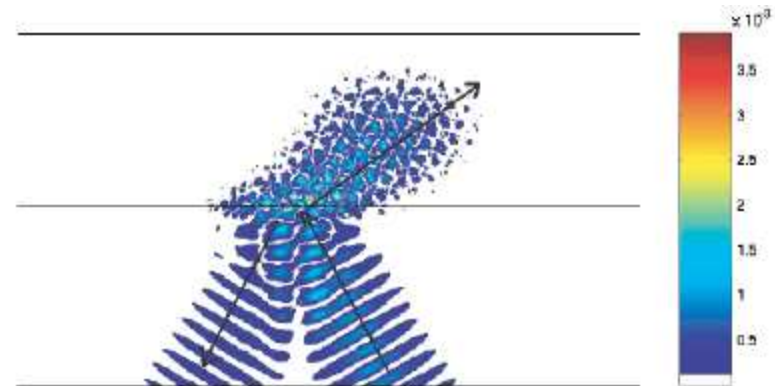
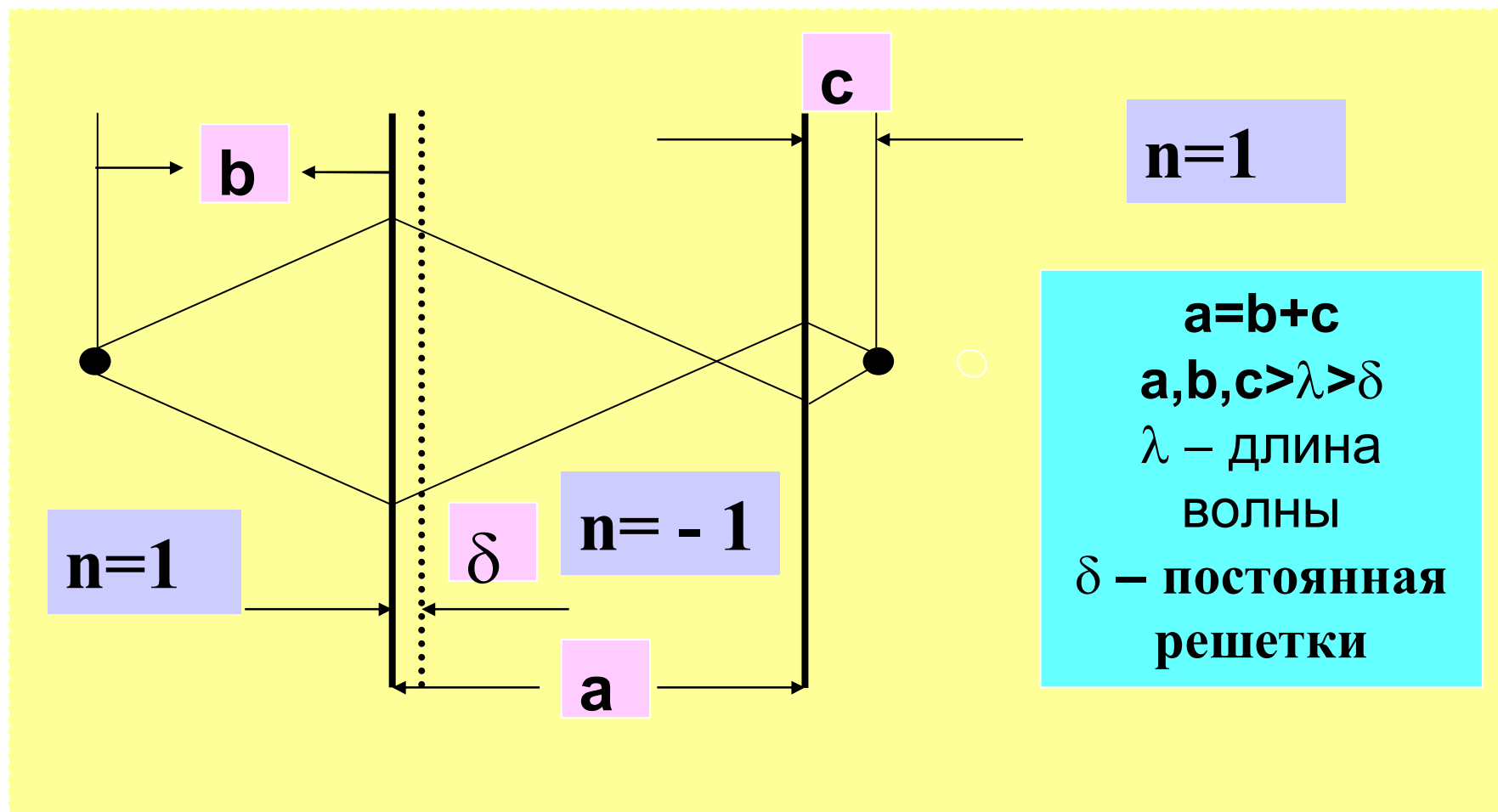


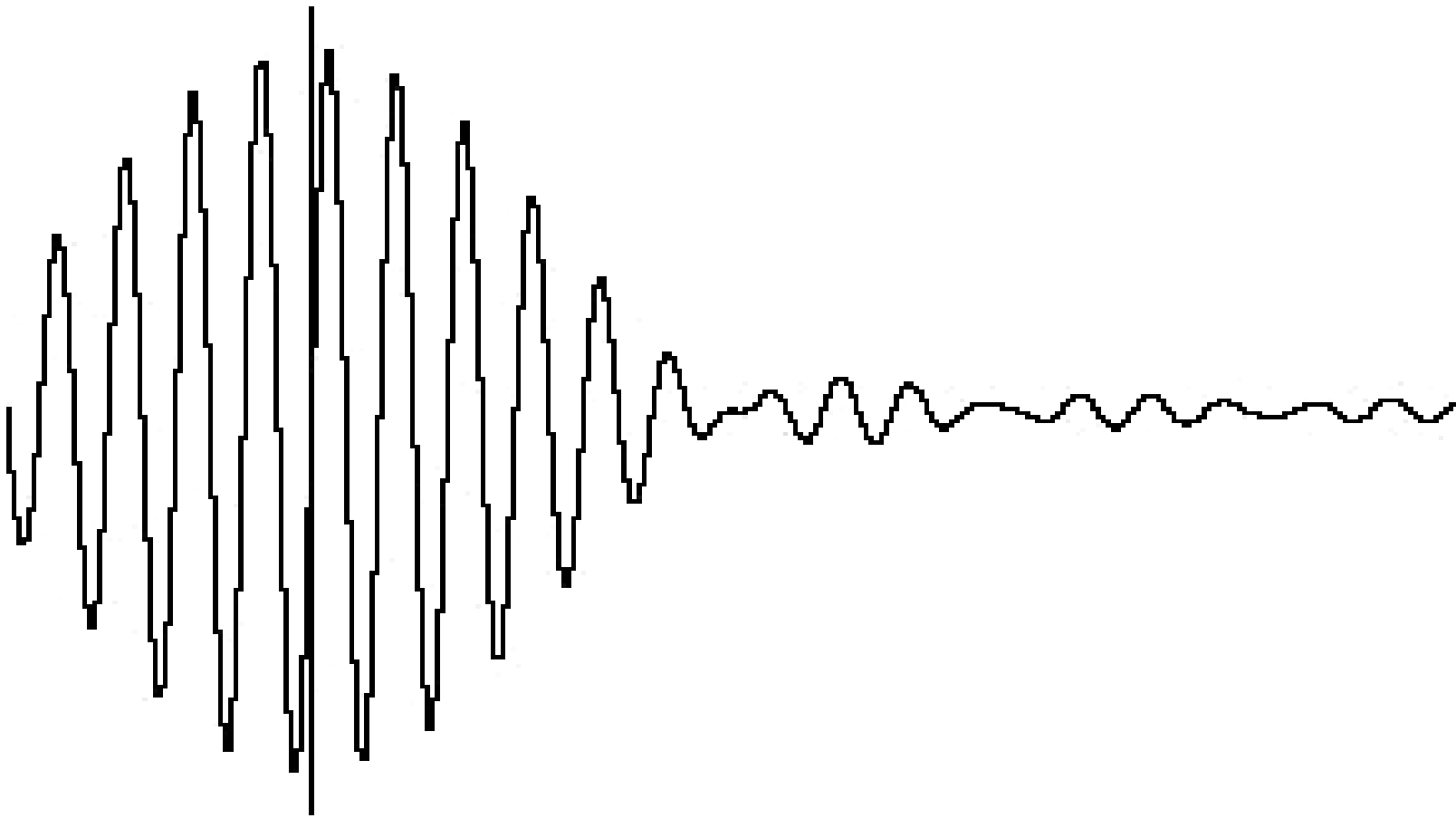
FIG. 4 (color online). The magnitude of the Poynting vector for an EM wave propagating along a  $30^\circ$  direction. The time is 6200 simulation steps, and is the same as the one shown in Fig. 3(e).



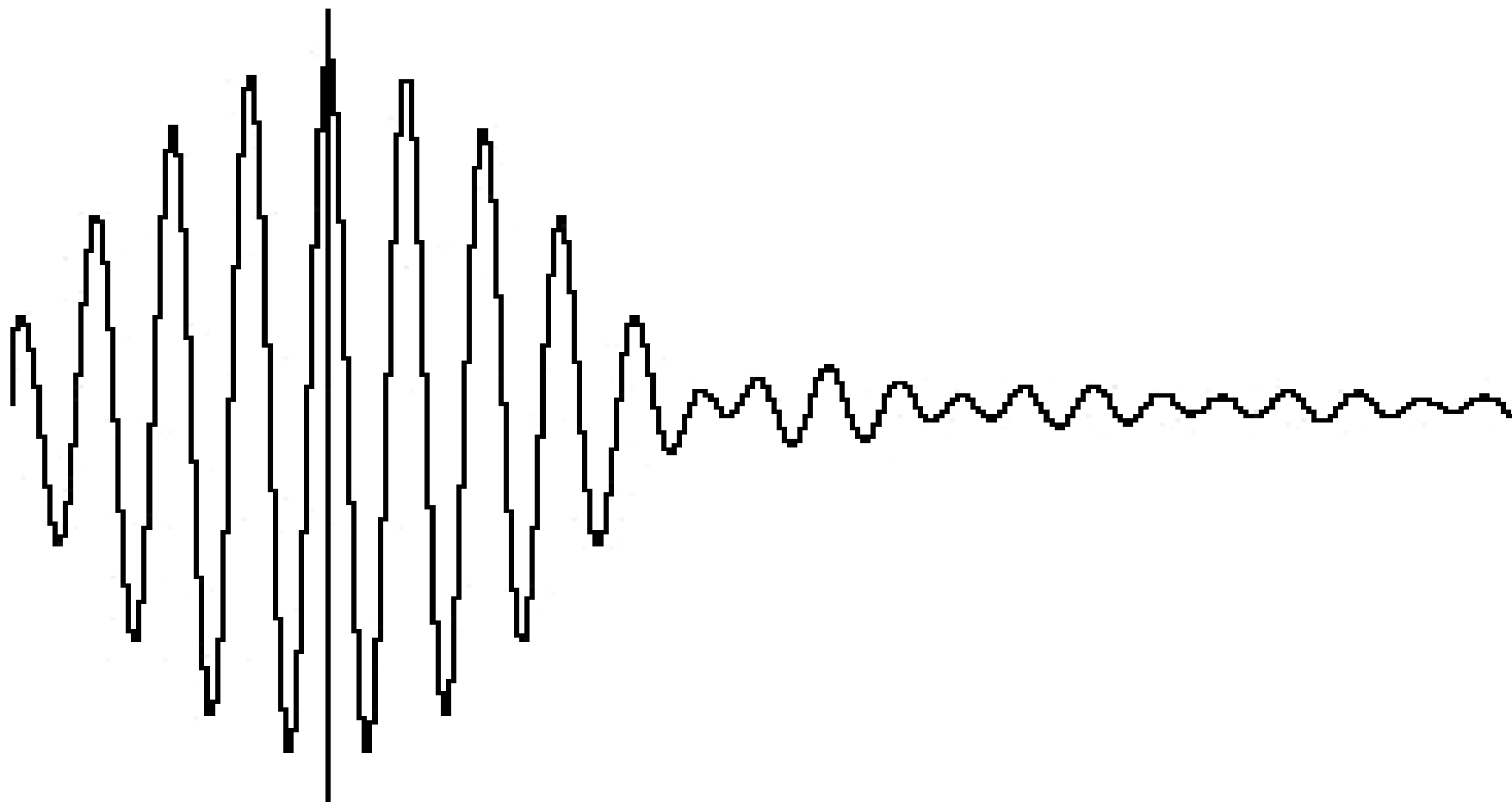
**Плоская линза должна удовлетворять законам геометрической оптики, иначе это не линза, а согласующее устройство**



# Wave in RHM



# Wave in LHM



**Толщина пластины  $L=0.14\lambda$  соответствует  $80 \Delta x$**   
**Частота порядка 10 ГГц**

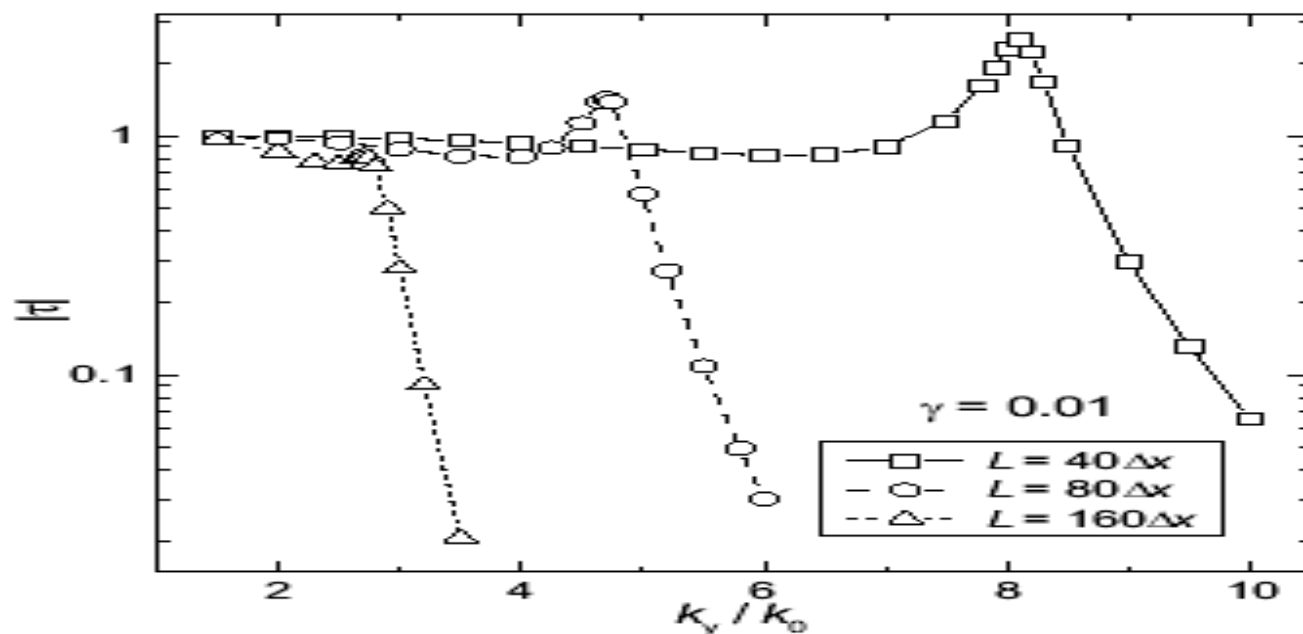


FIG. 3: Transfer function for LHM slabs ( $\gamma = 0.01$  for all) of different thicknesses as a function of normalized transverse wave number  $k_y/k_0$ .

What is the overcoming of diffraction limit  
or subwavelength resolution?

Diffraction limit or subwavelength  
resolution can be determined by nonequality

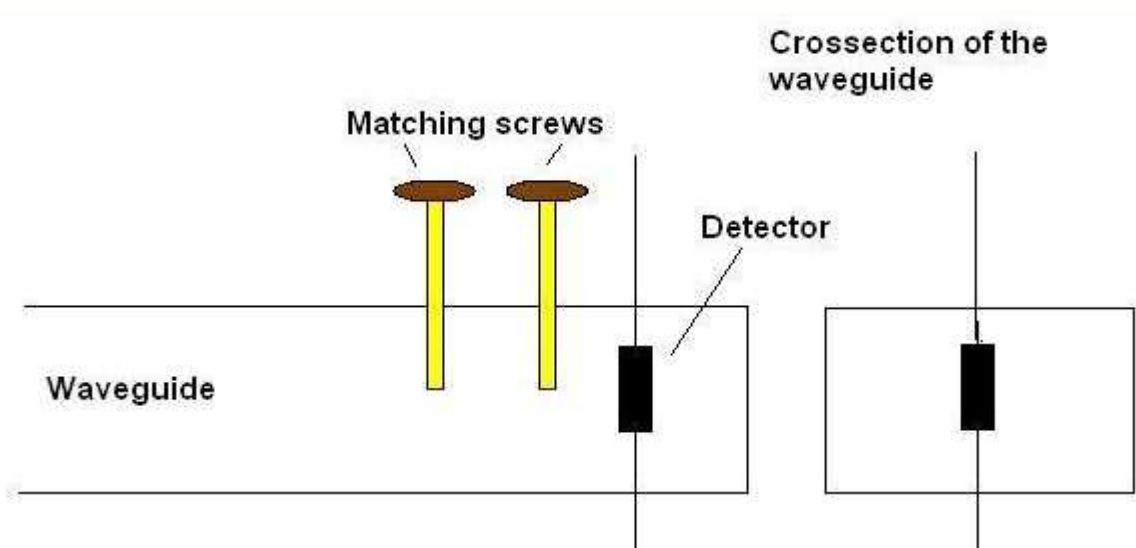
$$kd > 1$$

or

$$d / \lambda > 2\pi$$

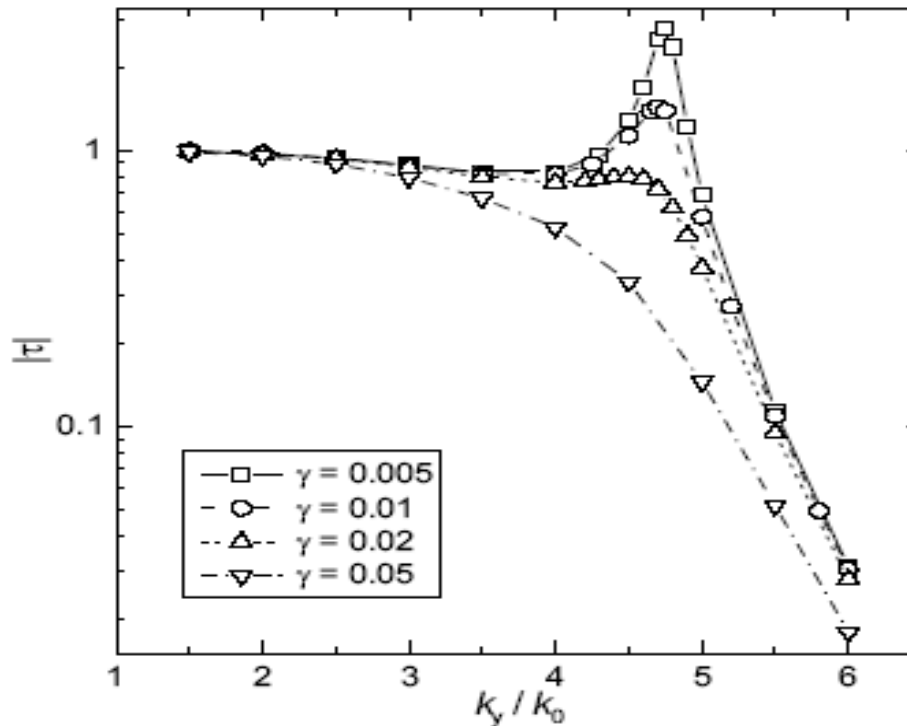
Where  $\lambda$  is wavelength,  $k$  is wavenumber and  $d$  is possible  
size of image

**It is one of the the form of uncertainty  
principle!**



**Transfer function of LHM slab as a function of normalized wave number. Thickness of slab is  $L=0.14\lambda$ ,  $\gamma$  is dissipation value.**

*From X.S.Rao and C.K.Ong, cond-mat/0304474*



# Focusing by Plano-Concave lens using Negative Refraction

P. Vodo, P. V. Parimi, W. T. Lu, and S. Sridhar

cond-mat/0502595

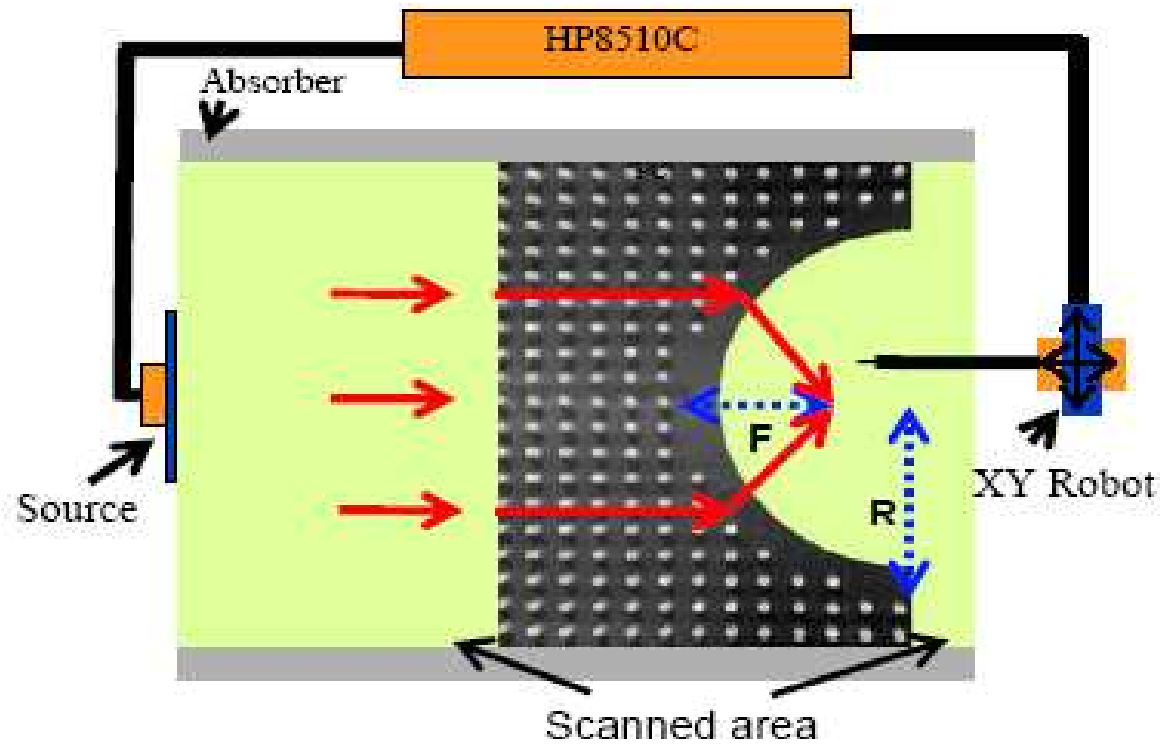


Fig. 1 Schematic diagram of the microwave focusing experimental set up.

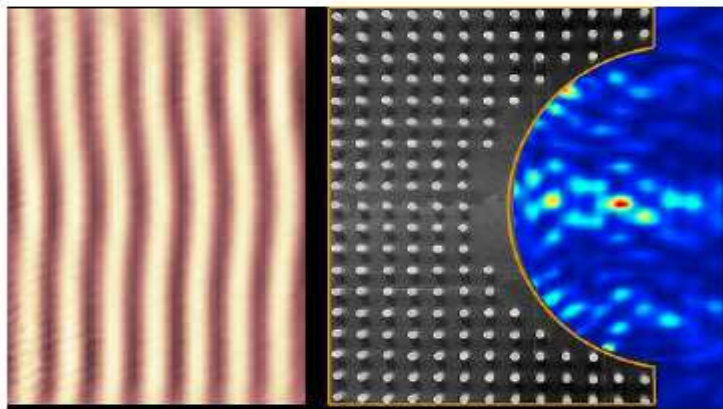


# Focusing by Plano-Concave lens using Negative Refraction

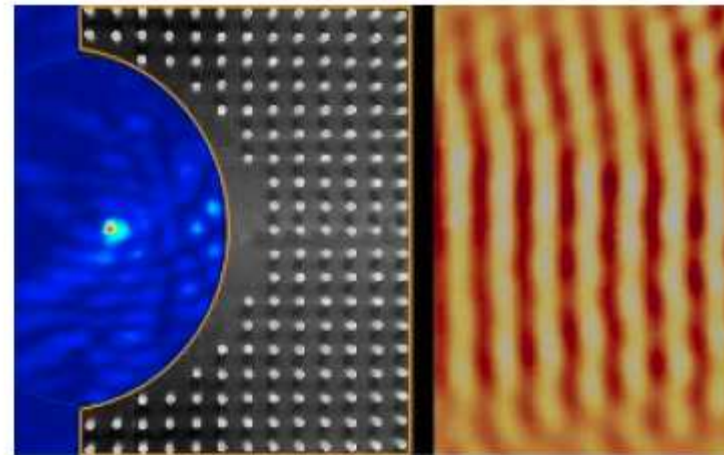
P. Vodo, P. V. Parimi, W. T. Lu, and S. Sridhar

*cond-mat/0502595*

A clear focusing point is observed  
in the frequency range 9.265-9.490 GHz.



To validate that focusing is due to negative refraction an inverse experiment is carried out, in which a point source is kept at the observed focal point of the lens.



**Fig. 2** Focusing by a plano-concave PhC lens having radius of curvature 13.5 cm. The focus point observed at 9.31 GHz is 10.1 cm from the concave lens surface. A photograph of the PhC is superimposed on two Matlab surface plots to obtain the final figure. Dark strip in the center is a schematic representation of the area between the lens and the incoming wave. On the left side, field map of the incoming plane wave is shown (real part of transmissic coefficient) and on the right side, intensity of the focus point. Scale: on the left, from  $-0.025$  to  $0.025$ , on the right side from  $0$  to  $1.6 \times 10^{-3}$ . Dimensions of the figure are  $49 \times 34$  cm<sup>2</sup>. PhC lattice spacing is 1.8 cm and the packing density of the square lattice is determined from the ratio  $r/a = 0.175$ .

- Фотонный кристалл, состоящий из алюминиевых штырей в гексагональном или кубическом расположении
- Частота  $\sim 14$  ГГц
- Доложено Е.Оzbay, К.Guven, К.Аyдин, К.В.Аlicі на конференции в Лилле, ноябрь 2004

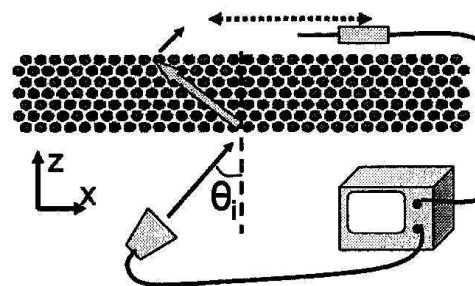


Fig. 2 Schematic top view of the refraction experiment setup consisting of emitter (horn antenna), 2D PC (cubic or hexagonal), receiver (monopole antenna) and the network analyzer.

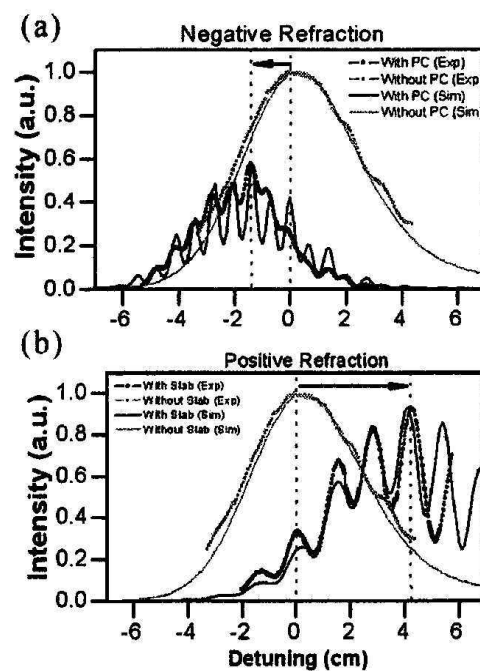
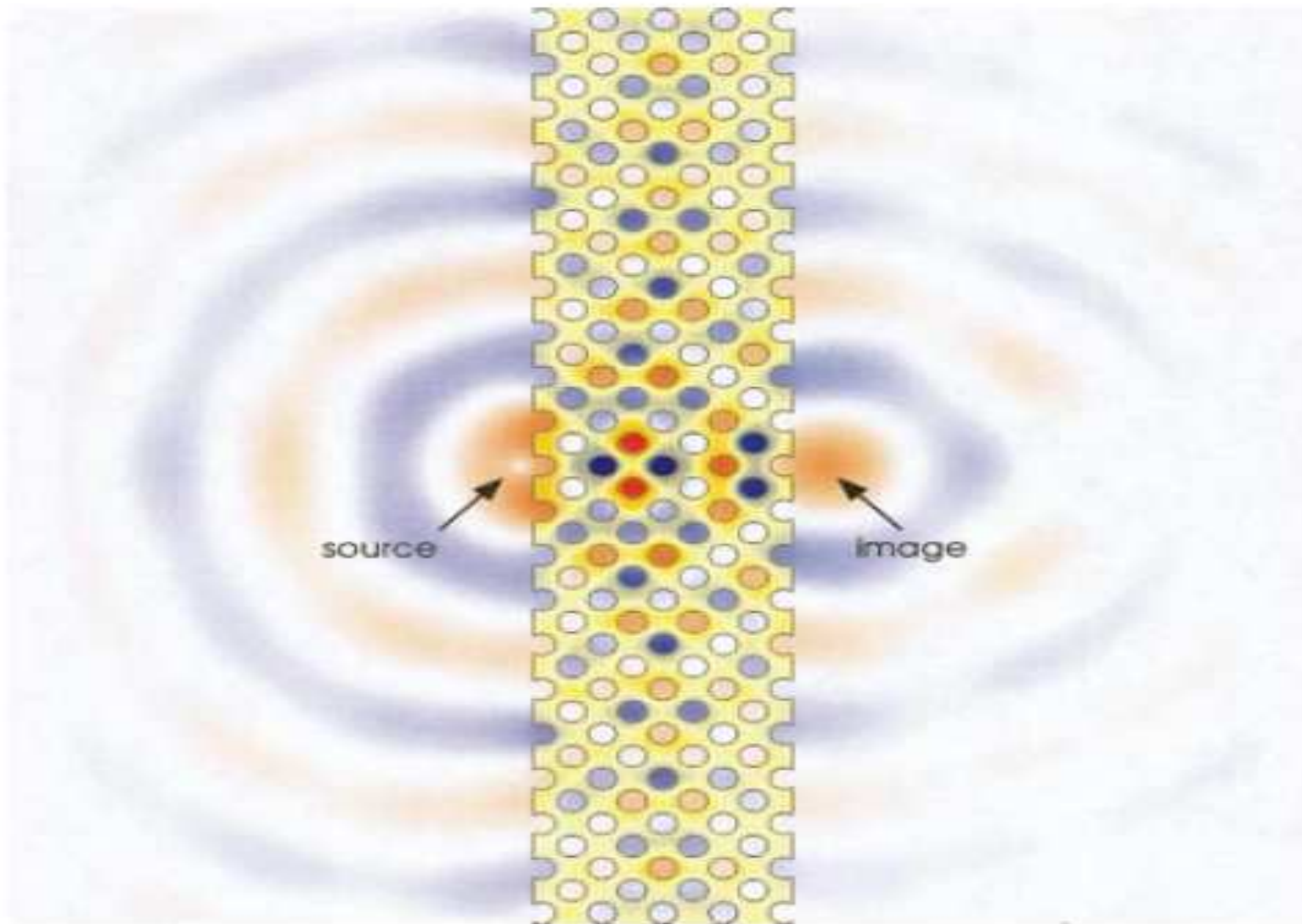


Fig. 3 (a) Refraction through the photonic crystal. Grey dots (grey curve) denote the measured (simulated) average intensity at the air-PC interface without PC. Black dots (black curve) denote the measured (simulated) power at the PC-air interface. (b) Same as in (a) but refraction through a crystal of polystyrene pellets



## Прохождение света через пластину из фотонного кристалла

C.Luo, S.G.Johnson, J.D.Joannopoulos, J.B.Pendry, PRB **65**, 201104, (2002)

нейшем, осуществляется именно этот третий случай. Нужно подчеркнуть, что до сих пор нет ни одного эксперимента, в котором наблюдались бы вещества с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ . Однако сейчас можно высказать ряд соображений о том, где и как такие вещества искать. Так как электродинамика веществ с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ , на наш взгляд, представляет несомненный интерес вне зависимости от наличия в наших руках таких веществ сегодня, то мы вначале рассмотрим ее чисто формально. Затем во второй половине статьи будут рассмотрены вопросы, связанные с физическим осуществлением веществ с  $\epsilon < 0$  и  $\mu < 0$ .

Веселаго В.Г., 1967

1967 г. Июль Том 92, вып. 3  
**УСПЕХИ ФИЗИЧЕСКИХ НАУК**  
 ЭЛЕКТРОДИНАМИКА ВЕЩЕСТВ С ОДНОВРЕМЕННО  
 ОТРИЦАТЕЛЬНЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ  $\epsilon$  И  $\mu$   
 В. Г. Везелаго

II. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В ВЕЩЕСТВЕ С  $\epsilon < 0$  И  $\mu < 0$ .  
 «ПРАВЫЕ» И «ЛЕВЫЕ» ВЕЩЕСТВА

Для того чтобы выявить электродинамические закономерности, существенно связанные со знаком  $\epsilon$  и  $\mu$ , следует обратиться к тем соотношениям, в которых  $\epsilon$  и  $\mu$  выступают раздельно, а не в виде произведения, как это имеет место в (1) — (3). Такими соотношениями являются предельные случаи уравнения Максвелла и материальные уравнения

$$\left. \begin{aligned} \text{rot } \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}, \\ \text{rot } \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}, \\ \mathbf{B} &= \mu \mathbf{H}, \\ \mathbf{D} &= \epsilon \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} (4')$$

Для плоской монохроматической волны, у которой все величины пропорциональны  $e^{i(kz - \omega t)}$ , выражения (4) и (4') сводятся к

$$\left. \begin{aligned} [\mathbf{kE}] &= \frac{\omega}{c} \mu \mathbf{H}, \\ [\mathbf{kH}] &= -\frac{\omega}{c} \epsilon \mathbf{E}. \end{aligned} \right\} (5)$$

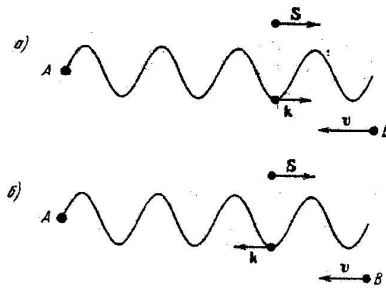


Рис. 1. а) Допплер-эффект в правом веществе. б) Допплер-эффект в левом веществе. Буквой А обозначен источник излучения, буквой В —

Figure 4: From the famous review paper by Prof. V.G. Veselago (1967) [9].

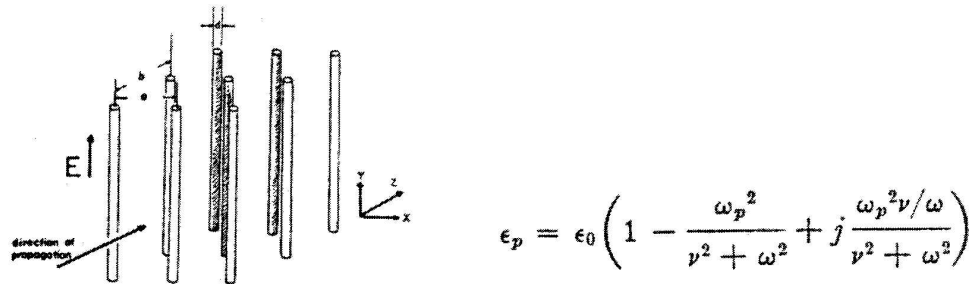


Figure 5: Wire media in the 1960s [12].

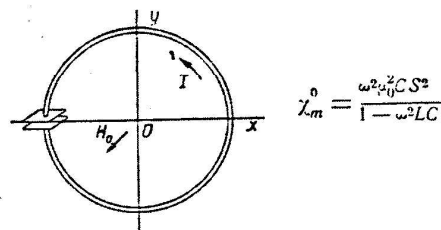


Figure 6: Split rings in the 1950s [13].



На симпозиуме LATSIS в Лозанне, март 2005  
Слева направо: D.Sidjanski, президент фонда LATSIS, Веселаго В.Г.,  
Pendry J.B., Martin O.J.F. и Mosig J.R., организаторы симпозиума,  
главная дама из оргкомитета

# Что читать ?

- [1] D. R. Smith, W. Padilla, D. C. Vier, S. C. Nemat-Nasser, S. Schultz, Phys.Rev. Lett. **84**, 4184 (2000).
- [2]. R.A.Shelby, D.R.Smith, S.Shultz, Science **292**, 77 (2001)
- [3] C.G. Parazzoli, R. B. Greigor, K. Li, B. E.C. Koltenbah, and M. Tanielian. PHYSICAL REVIEW LETTERS week ending 14 MARCH 2003 VOLUME 90, NUMBER 10
- [4] В.Г.Веселаго УФН, **92**, 517 (1967)
- [5] В.Г.Веселаго УФН, 172, 1215 (2002)
- [6][http://physics.ucsd.edu/~drs/left\\_home.htm](http://physics.ucsd.edu/~drs/left_home.htm) .

Первые три ссылки содержат экспериментальные результаты.

Моя старая и сейчас труднодоступная статья [4] выложена в ИНТЕРНЕТЕ по адресу <http://zhurnal.ape.relarn.ru/~vgv/>

Там же выложены еще несколько моих работ по данной тематике, в том числе последняя работа [5].

Многочисленные полнотекстовые версии работ других авторов можно найти в ИНТЕРНЕТЕ в прекрасной подборке [6]

let  $dV/d\lambda_0$  be negative. As  $V\lambda_0 = V_0\lambda$ , we obtain by differentiation with respect to  $V$

$$\lambda_0 + V \frac{d\lambda_0}{dV} = V_0 \frac{d\lambda}{dV},$$

or

$$\lambda + \frac{V^2}{V_0} \frac{d\lambda_0}{dV} = V \frac{d\lambda}{dV}.$$

As the second term on the left-hand side is negative, it follows that  $\lambda \frac{dV}{d\lambda} > \lambda$ , which shows that the group velocity is in the opposite direction to the wave velocity. If there is a convection of energy forward, the waves must therefore move backwards. In all optical media where the direction of the dispersion is reversed, there is a very powerful absorption, so that only thicknesses of the absorbing medium can be used which are smaller than a wave-length of light. Under these circumstances it is doubtful how far the above results have any application. But Professor Lamb\* has devised mechanical arrangements in which without absorption there is a negative wave

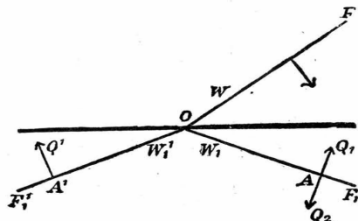


Fig. 179.

velocity. One curious result follows: the deviation of the wave on entering such a medium is greater than the angle of incidence, so that the wave normal is bent over to the other side of the normal as indicated in Fig. 179. This is seen at once by considering that the traces on the refracting surface of  $WF$  and  $W_1F_1$ , the incident and refracted wave-fronts, must move together. If we were to draw the wave-front in the usual way parallel to  $W_1F_1$  and the waves moved backwards in the direction  $A'Q'$ , the intersection  $O$  of the refracted wave and surface would move to the left, while the intersection of the incident wave moved to the right. By drawing the refracted wave-front in the direction  $W_1F_1$  the required condition can be secured. The individual waves move in the direction  $AQ_1$  but the group moves in the direction  $AQ_2$ .

\* *Proceedings London Math. Soc.* Sec. II. Vol. I. p. 473 (1904).

## CHAPTER XIV.

### FURTHER DISCUSSION OF THE NATURE OF LIGHT AND ITS PROPAGATION.

**185. Preliminary Remarks.** Light enters into our consciousness through the effects on our sensitive organs whose powers may be increased by suitable experimental appliances. When we speak of the "nature" of light we try to form some mental picture of what constitutes light before it has entered our spectroscopes or other optical instruments, and it becomes necessary therefore to examine what modifications light undergoes in passing through such instruments. If—as an example—we were to look upon a spectroscope as an appliance capable of analysing white light, in the manner a chemist analyses a compound body by separating the constituents it contains, we might be led to believe that the highly homogeneous radiations which leave the spectroscope have a real existence in the light that entered it. This—as the late Lord Rayleigh pointed out—is an error: it is the spectroscope that converts the white light into homogeneous radiations. Having satisfied ourselves with regard to instrumental effects, we have to consider the ultimate receiving screen such as the retina or the photographic plate. How much our judgment is affected by the peculiarities of these receivers may be recognized if we try to imagine how radically our impressions would be altered if our eyes were equally sensitive to radiations of all kinds, so as to give us simply a measure of their intensities\*. What is true of instrumental analysis is equally true of its mathematical treatment. The process of the treatment may affect our conclusions.

**186. Application of Fourier's theorem. Gouy's treatment.** This theorem gives us the most powerful mathematical method of treating variable functions, that without necessarily being periodic oscillate between finite limits. We begin by considering in greater detail the series that has already been mentioned in Art. 10. We consider a ray of plane polarized light and fix our attention on a point  $P$  over which the disturbance passes. If the velocity at  $P$  be  $v$ , we may, in the most general case, express it as a function of the time,  $f(t)$ . Let us follow the motion from a time  $t=0$ , to a time  $t=T$ . According to Fourier's theorem, which has already been explained in Art. 10, we may write

$$f(t) = a_0 + a_1 \cos(2\pi t/T) + a_2 \cos(4\pi t/T) + a_3 \cos(6\pi t/T) + b_1 \sin(2\pi t/T) + b_2 \sin(4\pi t/T) + b_3 \sin(6\pi t/T) \dots \dots (1).$$

Assuming that it is always possible to express  $v$  in terms of such a series, we may easily determine the value of any coefficient  $a_n$  by multiplying

\* Schuster, *Phil. Mag.* Vol. xxxvii. (1894).