

# О квантовой информатике, томографии квантовых состояний и управлении ими

А. И. Соколов

*Санкт-Петербургский государственный университет,  
Академический физико-технологический университет РАН,  
Санкт-Петербургский государственный электротехнический  
университет «ЛЭТИ»*

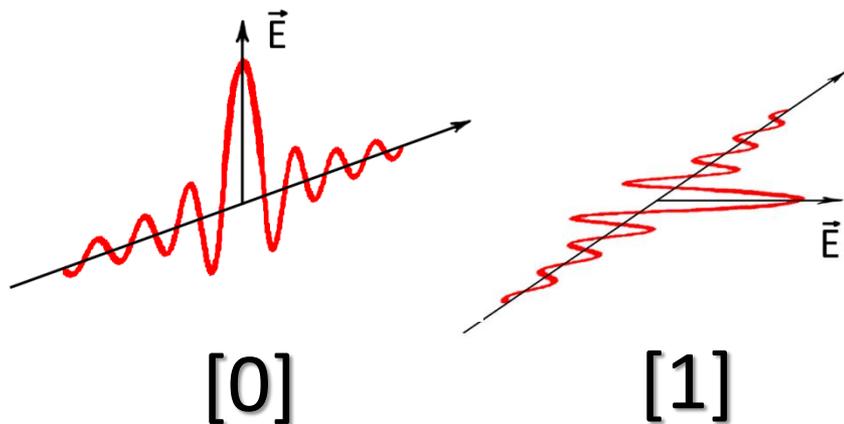
# Содержание

- **Элементы квантовой информатики**
- **Ридберговские атомы и резонаторы Фабри-Перо**
- **Томография состояний фотонных мод**
- **Запутанные состояния атомов и фотонов**
- **Рождение, жизнь и смерть одиночного фотона**
- **Ионы (атомы) в ловушках, их квантовые состояния**
- **Квантовый логический элемент CNOT на ионе  $Be^+$**
- **Томография колебательных состояний ионов**
- **Квантовые вычисления и квантовая телепортация сегодня (примеры действующих систем)**

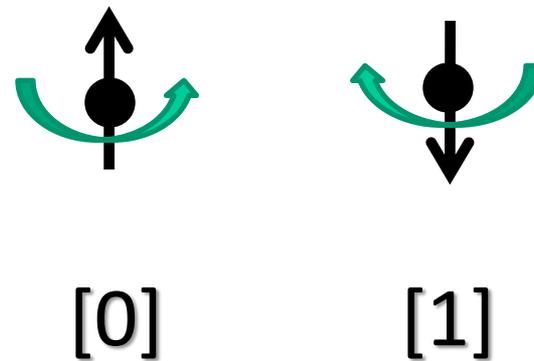
Сегодня **ИНФОРМАЦИЮ** хранят, обрабатывают и передают, используя макроскопические объекты – триггеры, ячейки памяти, провода и т. п.

Значительно более эффективные носители информации – отдельные частицы, которые могут находиться в двух (или более) разных квантовых состояниях.

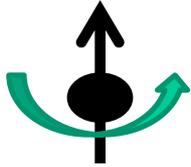
## ФОТОНЫ



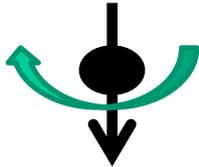
## ЭЛЕКТРОНЫ



# Состояния спина частицы



- “спин смотрит вверх”: при измерении проекции спина на ось Z значение  $1$  ( $\hbar/2$ ) получается с вероятностью  $p = 1$ , а  $-1$  ( $-\hbar/2$ ) – с вероятностью  $p = 0$ .



- “спин смотрит вниз”:  $p(S_z = 1) = 0$ ,  
 $p(S_z = -1) = 1$ .

Это полностью поляризованные состояния.  
Обозначим их символами  $\uparrow$ ,  $\downarrow$

# Суперпозиция состояний

Полностью поляризованные (базисные) состояния – лишь малая часть всех возможных. В общем случае состояние спина частицы есть:

$$\alpha \uparrow + \beta \downarrow$$

Измеряя проекцию  $S_z$ , мы будем получать  $+1$  с вероятностью  $|\alpha|^2$  и  $-1$  – с вероятностью  $|\beta|^2$ .

Очевидно,  $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$ .

Проекция спина на ось  $Z$  в общем случае не имеет определенного значения.

## Сколько информации может хранить или переносить один спин?

- «Классический» спин:  $S_z = 1, S_z = -1$ .

Выбор одного варианта из двух = 1 бит.

- Реальный (квантовый) спин: состояние  $\alpha\uparrow + \beta\downarrow$  задается числом  $\alpha$ , которое может принимать любые значения, удовлетворяющие условию

$$0 \leq |\alpha|^2 \leq 1 \quad (|\beta|^2 = 1 - |\alpha|^2)$$

Например,  $\alpha = 0.54378213895\dots$  Это – гигантский объем информации.

Квантовый объект хранения и переноса информации – кубит (quantum bit = qubit)

## Квантовые состояния двух кубитов

Сепарабельные (*независимые, некоррелированные*) состояния:  $\uparrow\uparrow, \downarrow\downarrow, \uparrow\downarrow, \downarrow\uparrow$ .

Суперпозиция (ЭПР состояние или состояние Белла):

$$(\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow)/\sqrt{2}$$

Спины обязательно смотрят в разные стороны, причем каждый с вероятностью  $p = 1/2$  вверх и с  $p = 1/2$  – вниз. В состоянии Белла состояние одного кубита **полностью неопределенно** до тех пор, **пока не измерено состояние другого кубита**. Если измерена проекция второго спина и получилось, например,  $S_z = 1$ , то для первого обязательно будет  $S_z = -1$ . И наоборот.

В белловском состоянии измерение направления одного спина однозначно фиксирует направление другого.

Два кубита в белловском состоянии разлетаются в разные стороны:



**Квантовое чудо** – удаляясь на любые расстояния, частицы продолжают «помнить» о взаимной ориентации их спинов, об их общем состоянии.

Пара Эйнштейна-Подольского-Розена – запутанное (перепутанное, сцепленное) состояние, *entangled state*.

**Способ передачи информации:** измерить состояние левого кубита, после чего станет известно состояние правого, т. е. станет известно, какую информацию он унес.

*Это позволяет реализовать телепортацию квантовых состояний*

# Информационная емкость квантового регистра. Квантовый компьютер

Квантовая система из  $N$  кубитов – квантовый регистр.

Произвольное квантовое состояние регистра:

$$\Psi = A_{000\dots 0} |000\dots 0\rangle + A_{100\dots 0} |100\dots 0\rangle + \dots A_{111\dots 1} |111\dots 1\rangle$$

  $2^N$  комплексных амплитуд

Если каждая амплитуда фиксируется с точностью  $K$  бит, регистр помнит  $\log_2(K \cdot K \cdot K \dots K) = 2^N \log_2 K$  бит информации. При  $N = 300$

$2^N$

$2^N = 2 \cdot 10^{90}$  (!!)

Эволюция состояния регистра, диктуемая уравнением Шредингера – обработка этой гигантской информации. Если научиться вводить и считывать информацию и не мешать квантовой эволюции регистра, изолировав его от макроскопического окружения, то получится

**квантовый компьютер.**

# Преобразование кубитов.

## Квантовые логические элементы (вентили)

$$\alpha \uparrow + \beta \downarrow = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \quad G \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{pmatrix}, \quad G = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix}, \quad G^{-1} = G^+.$$

$$X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad X \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}; \quad Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad Z \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ -\beta \end{pmatrix}; \quad H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$H \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}, \quad H \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad H \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

↑  
← элемент  
Адамара

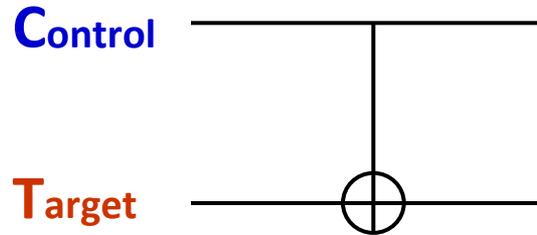
$$\Phi(\varphi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\varphi} \end{pmatrix}, \quad \Phi(\varphi) \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ e^{i\varphi} \beta \end{pmatrix}, \quad \Phi(\pi) = Z$$

фазовый логический  
элемент

# Квантовый вентиль CNOT

Состояние двух кубитов:

$$\alpha \uparrow\uparrow + \beta \uparrow\downarrow + \gamma \downarrow\uparrow + \delta \downarrow\downarrow \equiv \alpha|00\rangle + \beta|01\rangle + \gamma|10\rangle + \delta|11\rangle \equiv \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \end{pmatrix}. \quad G_2 = \begin{pmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} & \chi_{14} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} & \chi_{24} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} & \chi_{34} \\ \chi_{41} & \chi_{42} & \chi_{43} & \chi_{44} \end{pmatrix}$$



Для базисных состояний 0, 1  $\text{CNOT}(a, b) \rightarrow (a, a \oplus b)$

**Controlled NOT = CNOT (CN)**

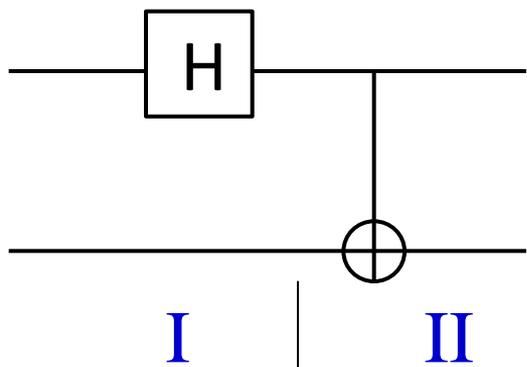
$$G_{\text{CNOT}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad G_{\text{CNOT}} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \text{CNOT}|11\rangle \rightarrow |10\rangle$$

$$\text{CNOT}(\alpha|0\rangle + \gamma|1\rangle)|0\rangle \equiv \text{CNOT}(\alpha|00\rangle + \gamma|10\rangle) \rightarrow (\alpha|00\rangle + \gamma|11\rangle)$$

$$G_{\text{CNOT}} \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ \gamma \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \\ 0 \\ \gamma \end{pmatrix}$$

Вентиль **CNOT**, на управляющий вход которого подана суперпозиция, превращает сепарабельное (некоррелированное) состояние двух кубитов в запутанное.

# Квантовая схема запутывания (entangling machine)



Цель – двухкубитовое **сепарабельное** (базисное) **состояние превратить в запутанное** (белловское). Подадим на вход, например, кубиты  $|1\rangle |1\rangle = |11\rangle$ .

**Этап I** – создание суперпозиции в управляющем канале:

$$|1\rangle \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} \equiv \frac{|0\rangle - |1\rangle}{\sqrt{2}}$$

$$|1\rangle \longrightarrow |1\rangle$$

**Этап II** – запутывание управляющего и управляемого кубитов:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv \frac{|01\rangle - |10\rangle}{\sqrt{2}}$$

# Ридберговские атомы в резонаторах



*Работы группы  
Сержа АРОША  
(S. Haroche)*

# Взаимодействие излучения с атомами

- Свет очень слабо взаимодействует со свободными атомами (молекулами) – **атмосфера прозрачна** от радио- до УФ диапазона при плотности  $3 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ .

- **Золотое правило Ферми:**

$$w_{nm} = \frac{\pi}{2\hbar} |V_{mn}(0)|^2 t \delta(E_m^{(0)} - E_n^{(0)} - \hbar\omega)$$

- **Электродипольные переходы:**

$$V_{nlm, n'l'm'}(0) = \int \Psi_{nlm}^*(\mathbf{r})(-e\mathbf{r}\mathbf{E})\Psi_{n'l'm'}(\mathbf{r})d\mathbf{r} = \mathbf{E}d_{nlm, n'l'm'}$$

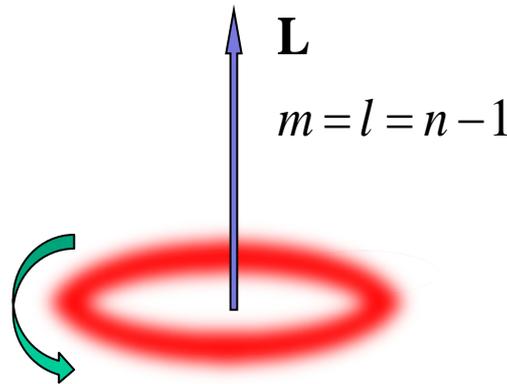
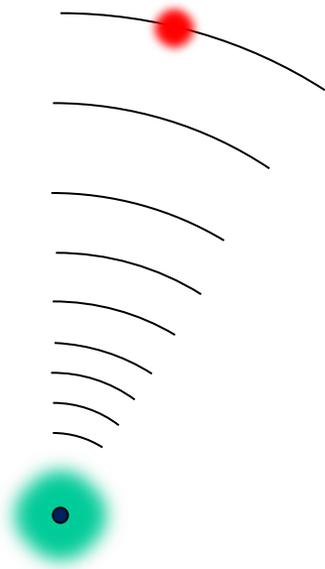
- Увеличение поля  $\mathbf{E} \longrightarrow$  **лазеры, мазеры и т. п.**

- Увеличение дипольного момента 

**ридберговские атомы**

# Ридберговские атомы

Атом щелочного металла с валентным электроном, находящемся на очень высоком боровском уровне,  $n \gg 1$ . Если при этом и момент максимален,  $l = n - 1$ , ридберговский атом называют циркулярным (circular).



$$E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2 n^2}, \quad \Delta E_n \cong -\frac{me^4}{2\hbar^3} \cdot \frac{2}{n^3}$$

$$\frac{E_{n+1} - E_n}{2\pi\hbar} \approx 10 \div 100 \text{ ГГц}$$

$$\bar{r}_n = a_1 n^2, \quad \tau_{n,l \approx n} \cong \tau_1 n^5$$

$$\alpha \approx n^2, \quad \Delta E_{DS} \approx n^7 l^5, \quad \Delta E_Z \sim n^4$$

$$\text{Rb: } \bar{r}_{50} \approx 1300 \overset{0}{\text{Å}} = 0.13 \text{ мкм}, \quad \tau_{50} \approx 30 \text{ нс}$$

# Резонансное взаимодействие поля и атома (режим сильной связи)

$$H = \frac{1}{2} \hbar \omega_{eg} \sigma_z + \hbar \omega \left( a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) - i \frac{\hbar \Omega}{2} f(x) (\sigma_+ a - \sigma_- a^\dagger) \quad \text{— Джейнс, Каммингс, 1963}$$

*Приближение заданного (классического) поля.*  $a = A$ ,  $a^\dagger = A^*$ ,  
резонанс  $\omega_{eg} = \omega$ , атом в основном состоянии при  $t = 0$ :  $\psi(0) = \psi_g$

$$\psi(t) = \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |g\rangle + \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |e\rangle, \quad P_e(t) = \frac{1 - \cos \Omega t}{2} \quad \text{— осцилляции Раби}$$

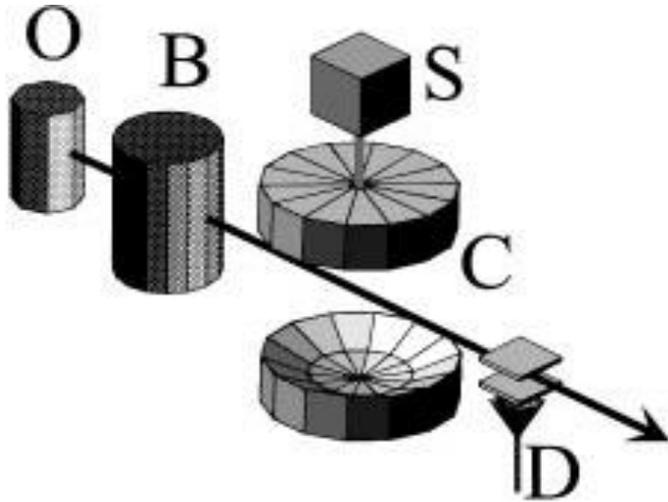
*Квантованное (слабое) поле.* При  $t = 0$  атом в основном состоянии  
и в резонаторе  $k$  фотонов:  $\psi(0) = \psi_{g,k}$

$$\psi(t) = \cos\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |g, k\rangle + \sin\left(\frac{\Omega t}{2}\right) |e, k-1\rangle,$$

$$P_e(t) = \frac{1 - \cos \Omega t}{2}, \quad \bar{n}(t) = k - \frac{1 - \cos \Omega t}{2}$$

— квантовые осцилляции Раби  
(квантовые биения)

# M. Brune, ..., S. Haroche, 1996: Quantum Rabi Oscillation: A Direct Test of Field Quantization in a Cavity



O – источник атомов Rb (печь)

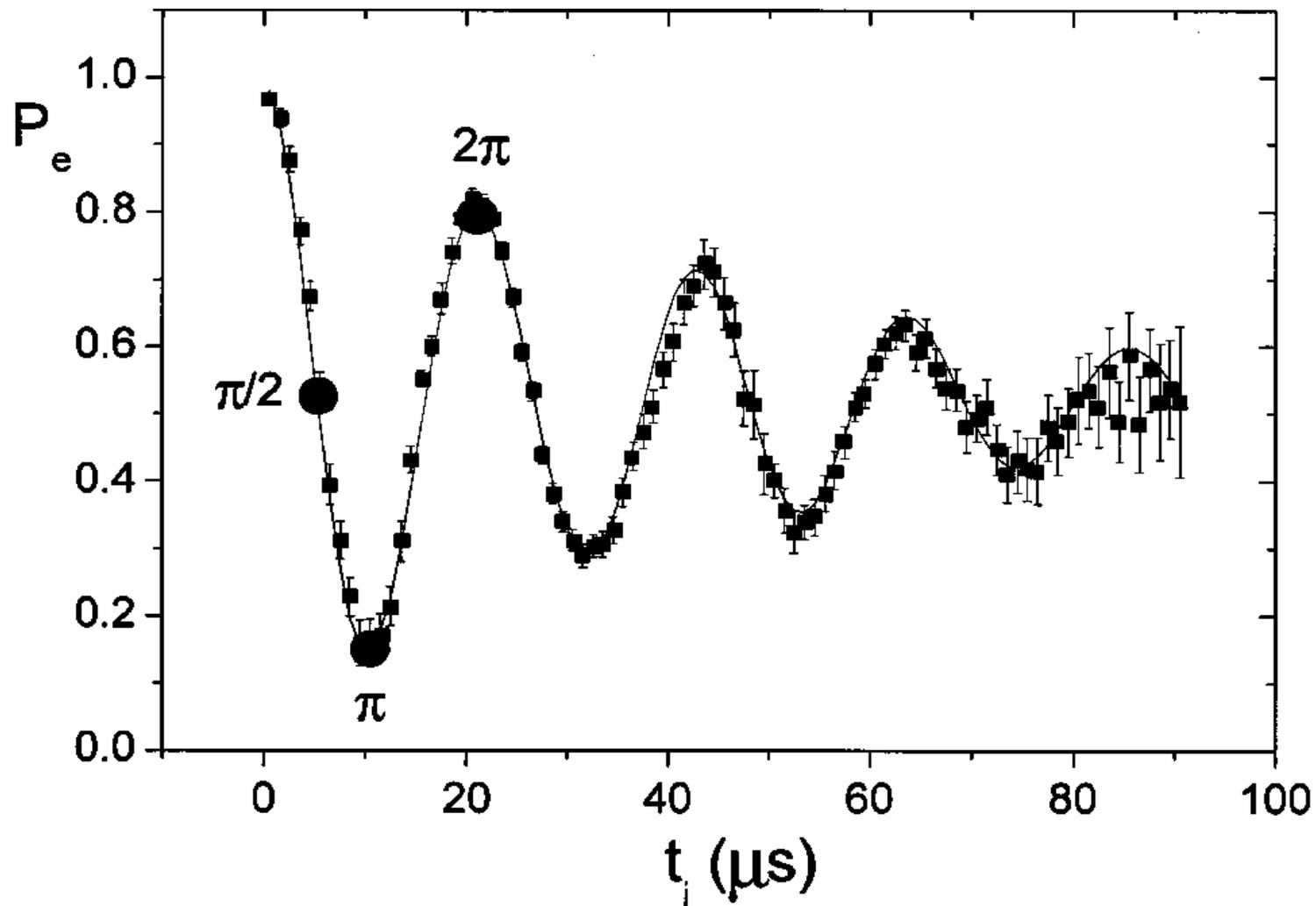
B – источник циркул. ридберговских атомов ( $n = 51, l = m = 50, \tau_{\text{at} \rightarrow \text{at}} = 2.5 \text{ мс}$ )

C – резонатор ( $R_c = 40 \text{ мм}, D = 50 \text{ мм}, d = 27.5 \text{ мм}, Q = 7 \cdot 10^7 / \text{TEM}_{900}, \tau = 0.22 \text{ мс}$ )

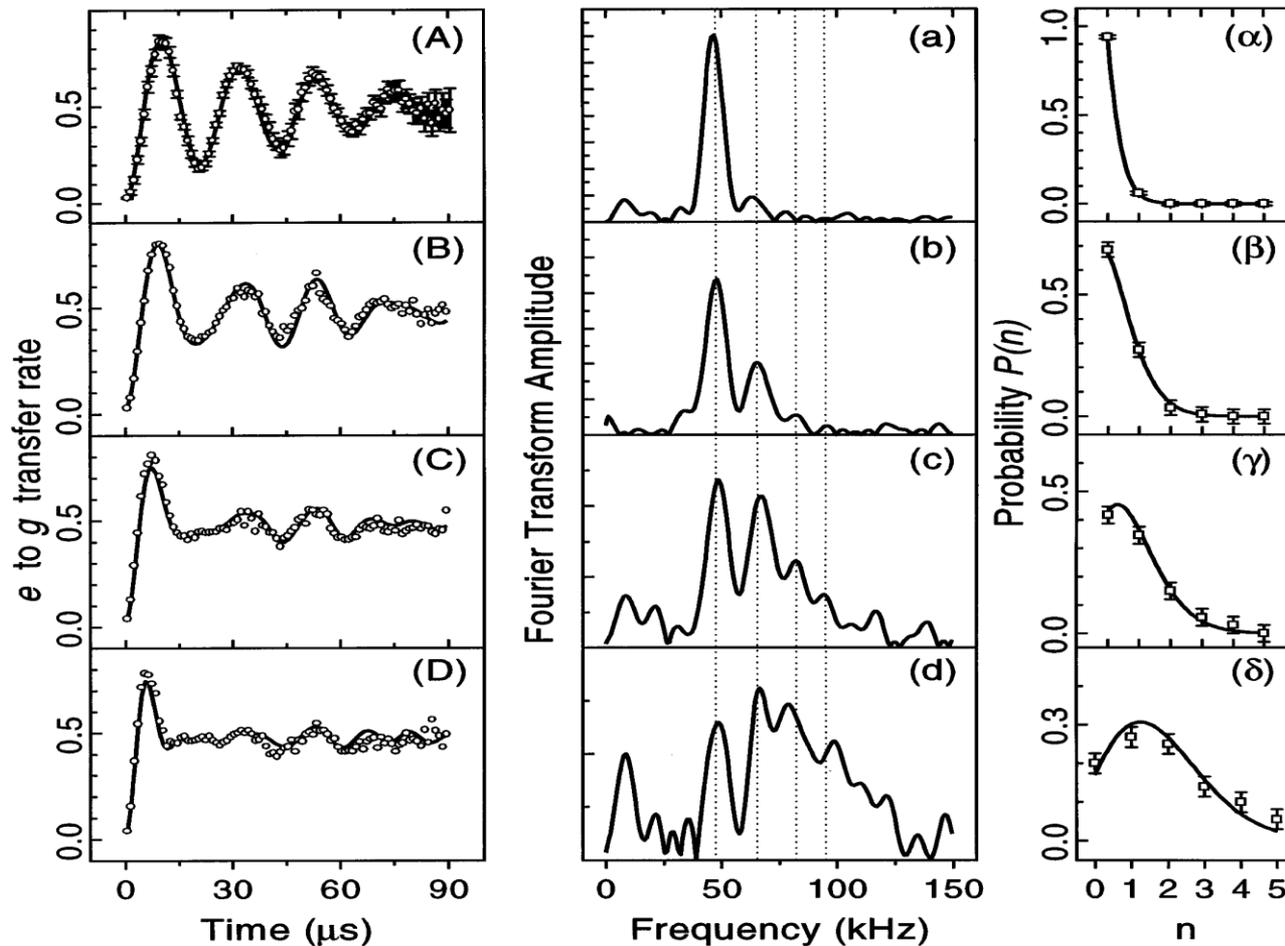
S – генератор фотонов ( $\bar{n} < 2$ , когерентные состояния)

D – СИЭП-детектор; (СИЭП – селективная ионизация электрическим полем)

B + C + D: **30 отсчетов в секунду.**



*Вакуумные осцилляции Раби.* Атом в возбужденном состоянии  $|e\rangle$  влетает в пустой (без фотонов) резонатор.  $P_e$  – вероятность обнаружить атом в состоянии  $|e\rangle$  как функция эффективного времени взаимодействия с полем  $t_i$ . Черными кругами отмечены интервалы, отвечающие  $\pi/2$ -,  $\pi$ - и  $2\pi$ -поворотам Раби.



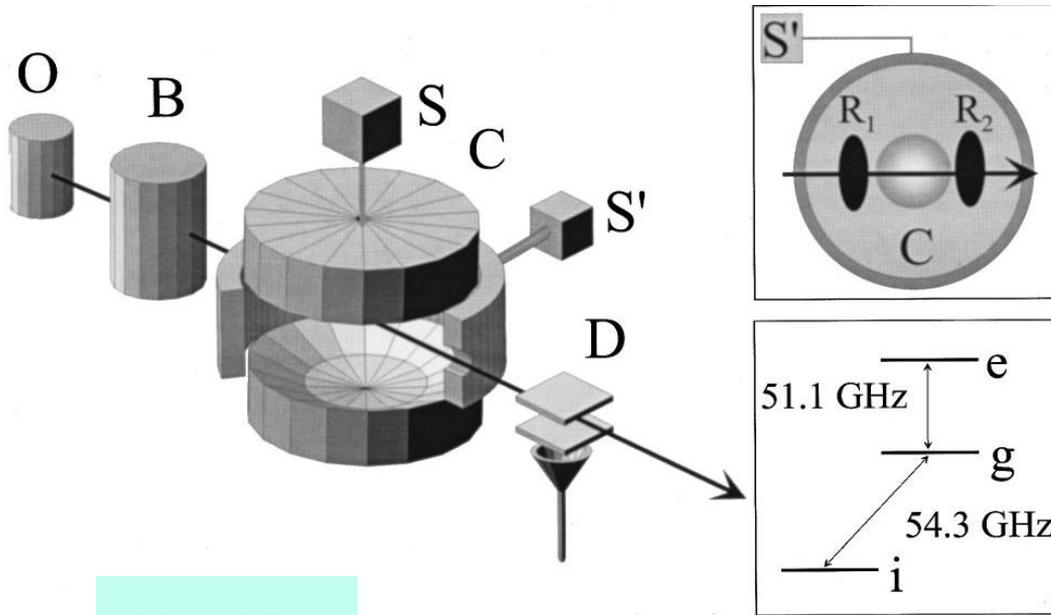
**Осцилляции Раби (вероятность  $P_{e \rightarrow g}(t)$ ) для разных состояний поля.**

**(A) Равновесное (планковское) состояние со средним числом фотонов  $\bar{n} = 0.06$ ;**  
**(B), (C), (D) когерентные состояния с  $\bar{n} = 0.40, 0.85, 1.77$ .**

**(a), (b), (c), (d) Фурье-образы  $P_{e \rightarrow g}(t)$ . Частоты  $f = 47$  КГц,  $f/\sqrt{2}$ ,  $f/\sqrt{3}$  и  $2f$  выделены вертикальными пунктирами.**

**(α), (β), (γ), (δ) Распределения числа фотонов, полученные в эксперименте. Теоретические кривые отвечают планковскому и когерентным состояниям поля.**

# J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche, 2001 Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity



$$\omega = \omega_{eg}$$

B: Rb  $\longrightarrow$   $|e\rangle$

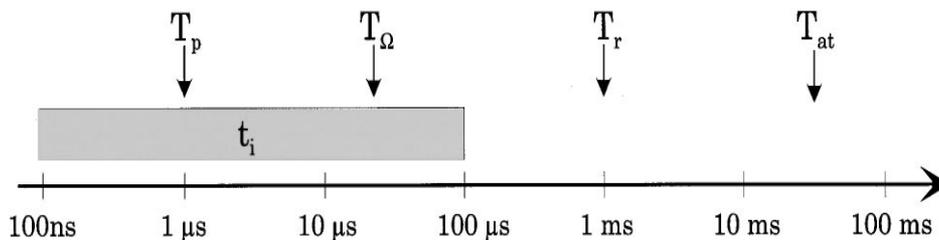
$R_1$ :  $|e\rangle \longrightarrow (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$

C,  $\pi/2$ -импульс – запутывание атома и фотонной моды:

$$|0\rangle (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \longrightarrow (|0, e\rangle + |1, g\rangle)/\sqrt{2}$$

C,  $\pi$ -импульс – отображение состояния атома на фотон:

$$|0\rangle (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \longrightarrow (|0\rangle + |1\rangle)|g\rangle/\sqrt{2}$$



$T_p$  – время приготовления суперпозиции  $(|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$ ,

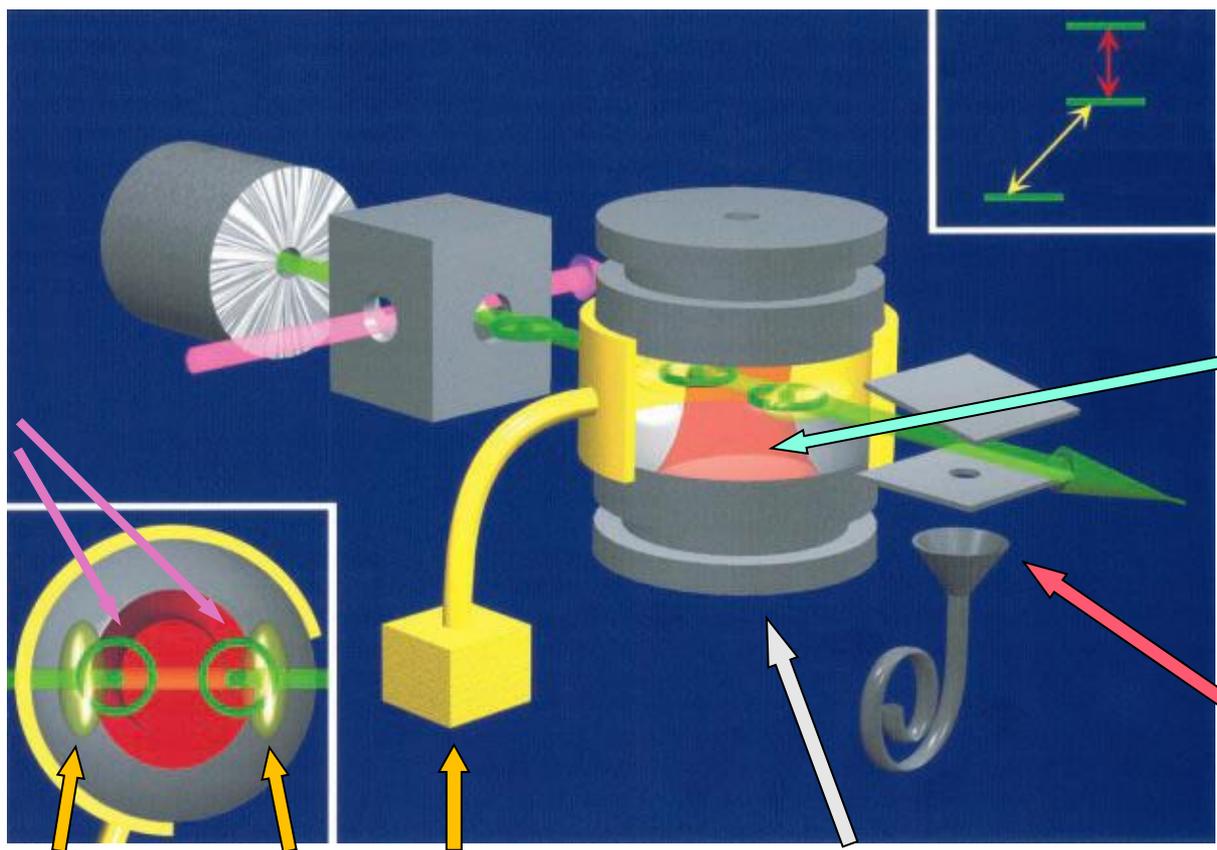
$T_\Omega$  – период осцилляций Раби,

$T_r$  – время жизни фотона в резонаторе,

$T_{at}$  – время жизни атома в состоянии  $|e\rangle$

# Неразрушающее (QND) измерение числа фотонов (1 или 0) в резонаторе

Ридберговские атомы (РА)



$|e\rangle$  51.1 ГГц  
 $|g\rangle$  54.3 ГГц  
 $|i\rangle$

Поле фотона и/или квантовых флуктуаций

Детектор атомов в состоянии  $|g\rangle$

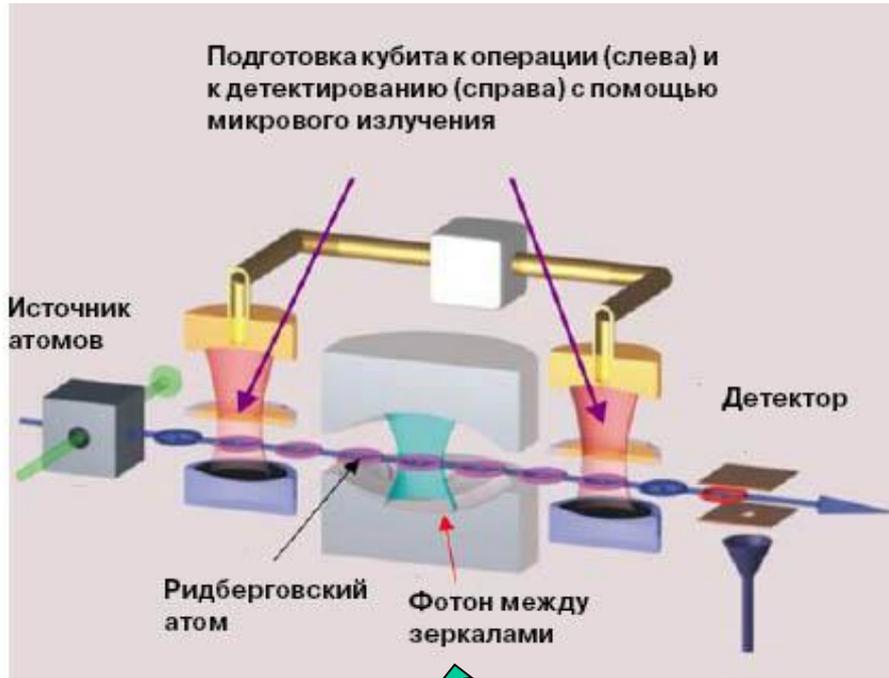
Интерферометр Рэмси (ИР)

Генератор ИР, 54.3ГГц

Резонатор Фабри-Перо,  $f = 51.099$  ГГц,  $Q = 4.2 \cdot 10^{10}$ ,  
 отстройка  $|\omega - \omega_{eg}| > \Omega_0$

Генерация и анализ суперпозиций  $H \rightarrow \Phi(\pi)/\Phi(0) \rightarrow H$

# Неразрушающее (QND) измерение числа фотонов (1 или 0) в резонаторе



1. Генерация суперпозиций (операция Адамара H)

2. Регистрация фотона (поворот относительной фазы  $|g\rangle$  и  $|i\rangle$  на  $\pi$ )

3. Вторая операция Адамара

Интерферометр Рэмси (Ramsey)

- ридберг. атом в состоянии  $|g\rangle$
- ридберг. атом в состоянии  $|i\rangle$
- РА в состоянии  $(|i\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$

$$1. |i\rangle \longrightarrow (|i\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$$

*нет фотона*

$$2. (|i\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \longrightarrow (|i\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$$

*фотон есть*

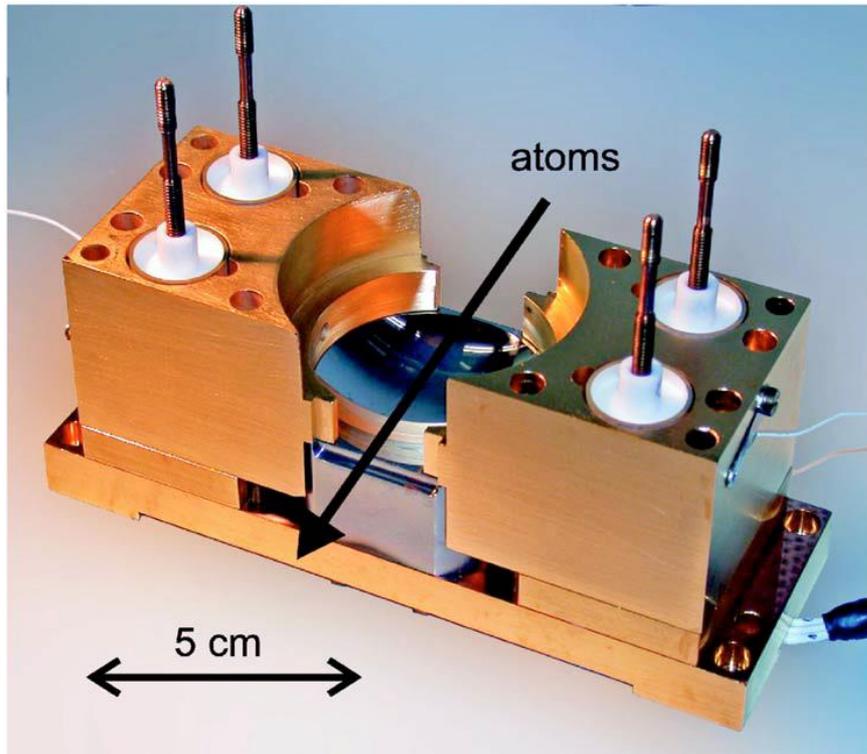
$$(|i\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \longrightarrow (|i\rangle - |g\rangle)/\sqrt{2}$$

$$3. (|i\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2} \longrightarrow |i\rangle \longrightarrow \bullet$$

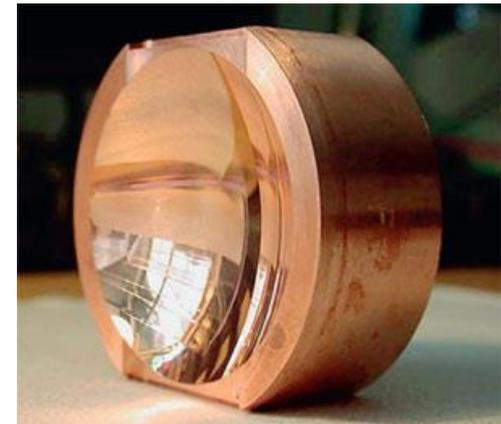
$$(|i\rangle - |g\rangle)/\sqrt{2} \longrightarrow |g\rangle \longrightarrow \star$$

Отстройка  $|\omega - \omega_{eg}| > \Omega_0$  ( $\Omega_0$  – частота Раби): обнаружение фотона без поглощения, только за счет динамического эффекта Штарка

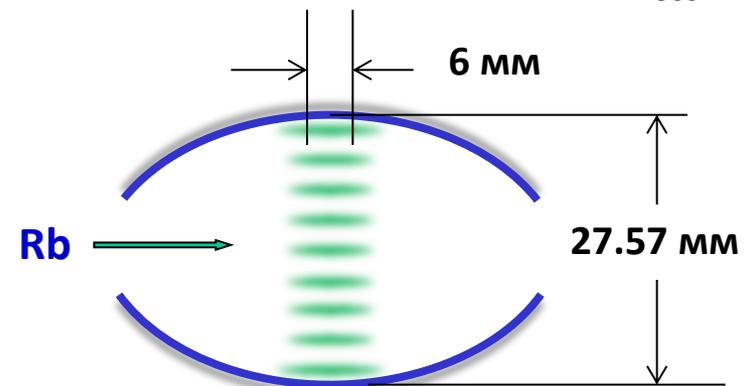
# Сверхпроводниковый резонатор Фабри-Перо со сверхвысокой добротностью



$Q = \omega T_r = 4.2 \cdot 10^{10}$  – добротность резонатора  
 $f = Q/9 = 4.6 \cdot 10^9$  – finesse



Cu, покрытие Nb 12 мкм,  
 $T_r = 129 \pm 3$  мс – время жизни фотона,  
 $f = 51.099$  ГГц – частота моды  $TEM_{900}$



# S. Gleyzes, ..., S. Haroche, 2006: Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity

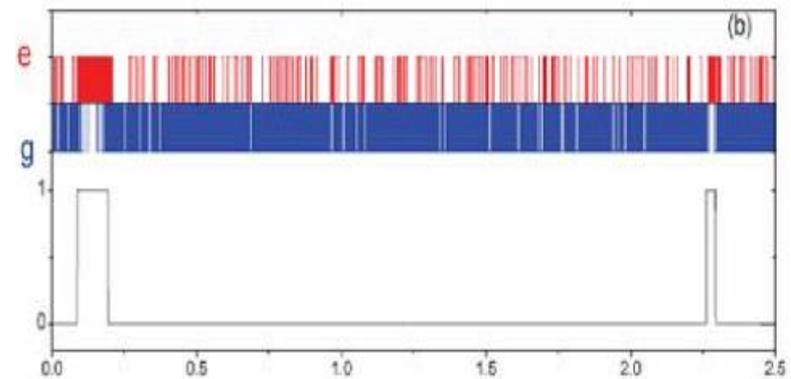
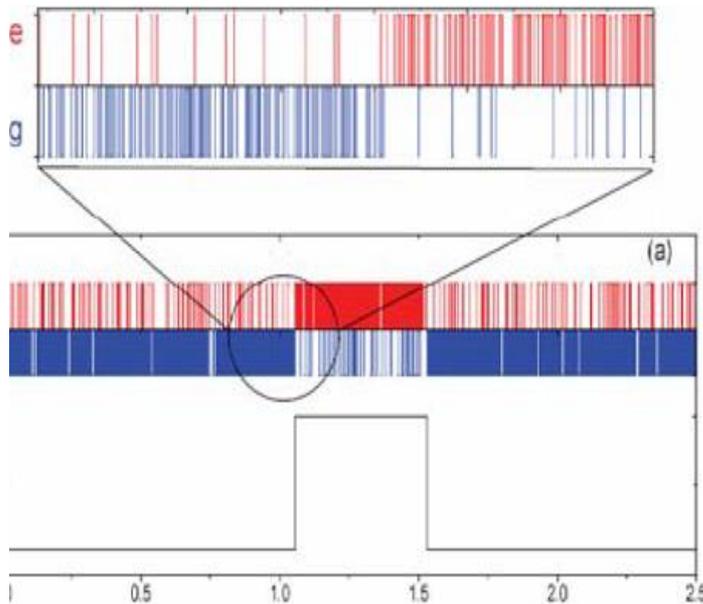
$\Omega_0 / 2\pi = 51$  КГц (частота Раби)

900 атомов/с,  $v = 250$  м/с, 2241 отсчет

$P_{g|1} = 0.13$ ,  $P_{e|0} = 0.09$  – одиночные атомы

$P_{err}^{(8)}(n=0) = 1.4 \cdot 10^{-3}$ ,  $P_{err}^{(8)}(n=1) = 2.5 \cdot 10^{-4}$

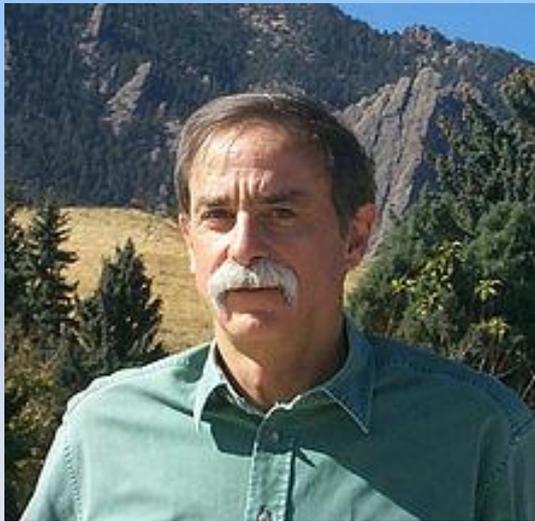
$\bar{n} = 0.063 \pm 0.005$ ,  $\bar{n}_t = 0.049 \pm 0.004$  ( $T = 0.80 \pm 0.02$ К)



(a) **Обнаружение (QND, НКИ) одиночного фотона.** Красные и синие полосы – сигнал детектора, отвечающий последовательности атомов в возбужденном  $|e\rangle$  и основном  $|g\rangle$  состояниях. На врезке (сверху слева) – зона резкого изменения статистики в результате квантового перехода поля из состояния  $|0\rangle$  в  $|1\rangle$ . Нижний график – число фотонов (0 или 1), определяемое «большинством голосов» восьми последовательных атомов-измерителей. Хорошо видны рождение, жизнь и смерть одиночного фотона. Время жизни этого фотона – **0.476 с.**

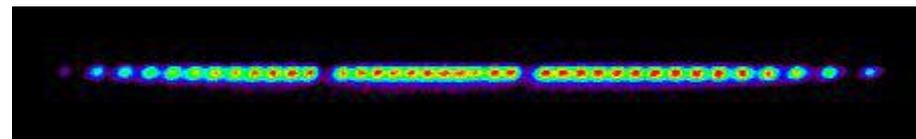
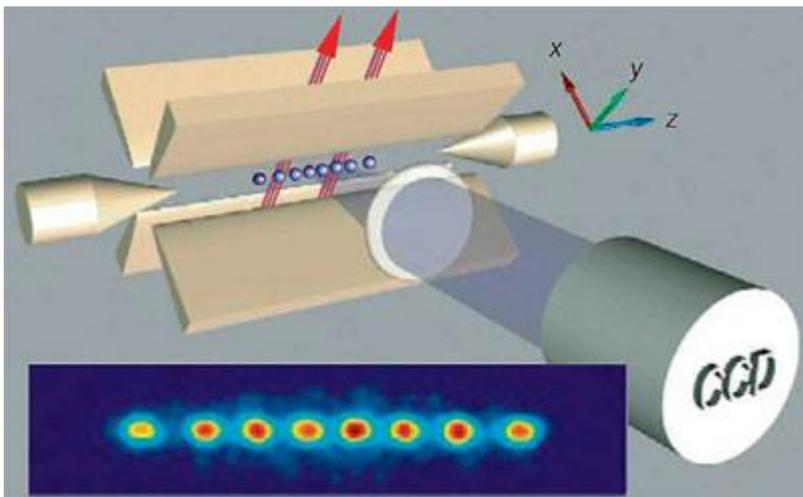
(b) **Регистрация двух фотонов,** жизни которых разнесены во времени на **2.069 с.**

# Ультрахолодные атомы в ловушках



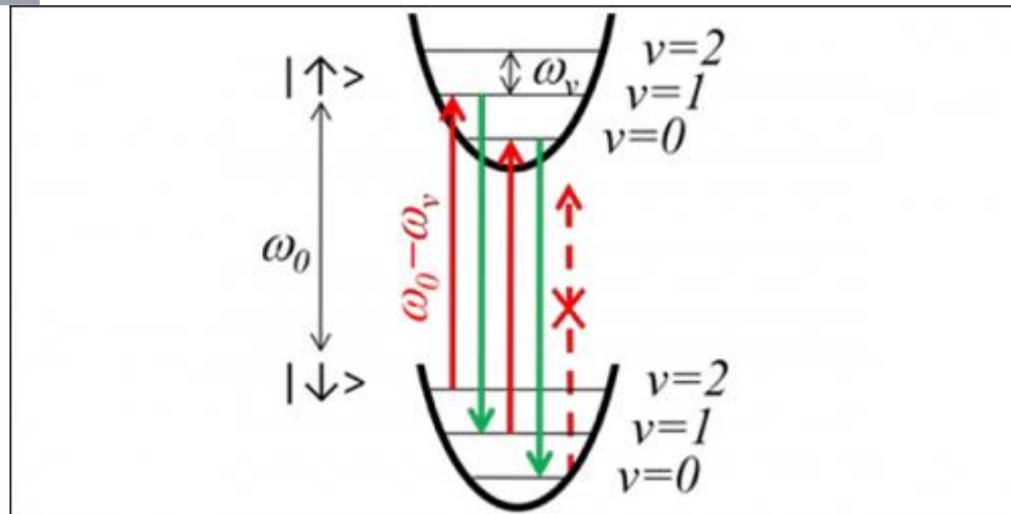
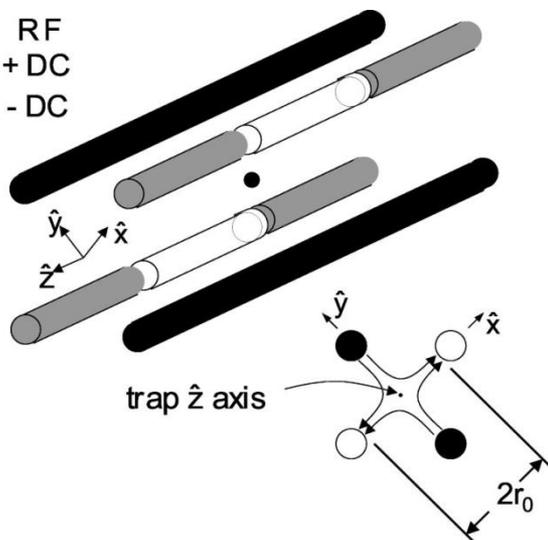
*Работы группы  
Дэвида УАЙНЛЕНДА  
(D. J. Wineland)*

# Ионы (атомы) в радиочастотных ловушках и их квантовые состояния



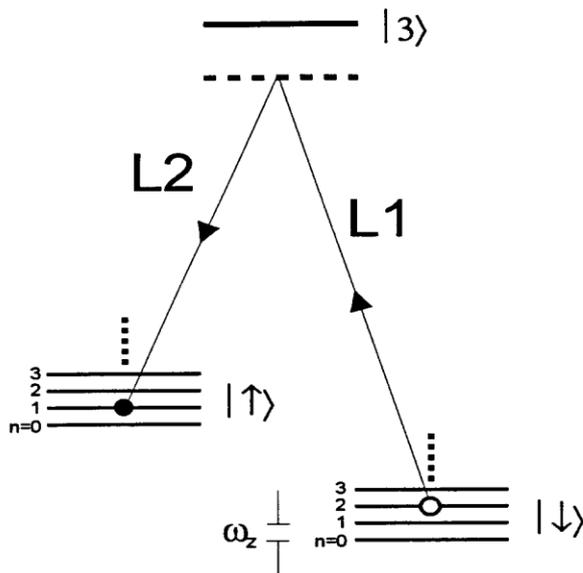
$(\omega_x, \omega_y, \omega_z)/2\pi = (11.2, 18.2, 29.8)\text{МГц}$   
 $\omega_0 = 1.250\text{ ГГц}$  – сверхтонкие  
 подуровни  $^2S_{1/2}$  состояния иона  $^9\text{Be}^+$

- RF
- + DC
- - DC

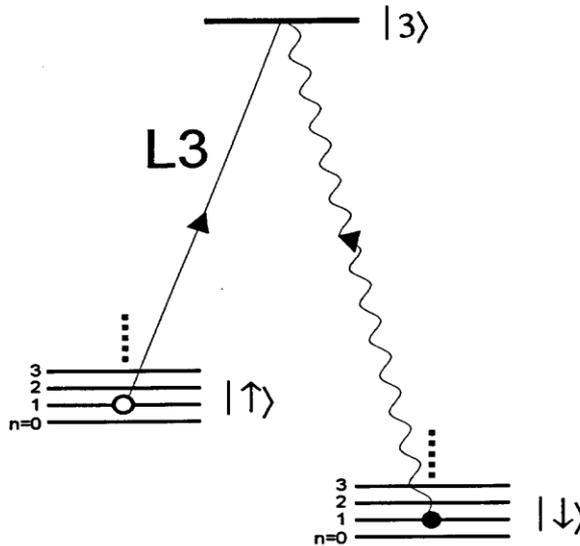


# Схема лазерного охлаждения на боковой полосе

- а) Стимулированные квантовые (рамановские) переходы  $L_1, L_2$  при выполнении условия  $\omega_{L1} - \omega_{L2} = \omega_0 - \omega_z$  обеспечивают переход  $|\downarrow\rangle |n\rangle \rightarrow |\uparrow\rangle |n-1\rangle$ , уменьшающий энергию колебаний иона на один квант. Рисунку отвечает случай  $n = 2$ .
- б) Облучение иона на частоте  $\omega_{L3}$ , отвечающей переходу  $|\uparrow\rangle \rightarrow |3\rangle$  и последующее спонтанное излучение возвращают ион в состояние  $|\downarrow\rangle$ , завершая таким образом процесс охлаждения на один квант  $|\uparrow\rangle |n-1\rangle \rightarrow |\downarrow\rangle |n-1\rangle$ . Если отдача атома при этом оказывается пренебрежимо малой, то повторяя операции а) и б), можно привести ион в основное колебательное состояние  $n = 0$ .



(a) stimulated Raman ( $\Delta n = -1$ )



(b) spontaneous Raman ( $\Delta n \approx 0$ )

Ион  ${}^9\text{Be}^+$

$$(\omega_{L1} - \omega_{L2})/2\pi = 1.25 \text{ ГГц}$$

$$\omega_z/2\pi = 11.2 \text{ МГц}$$

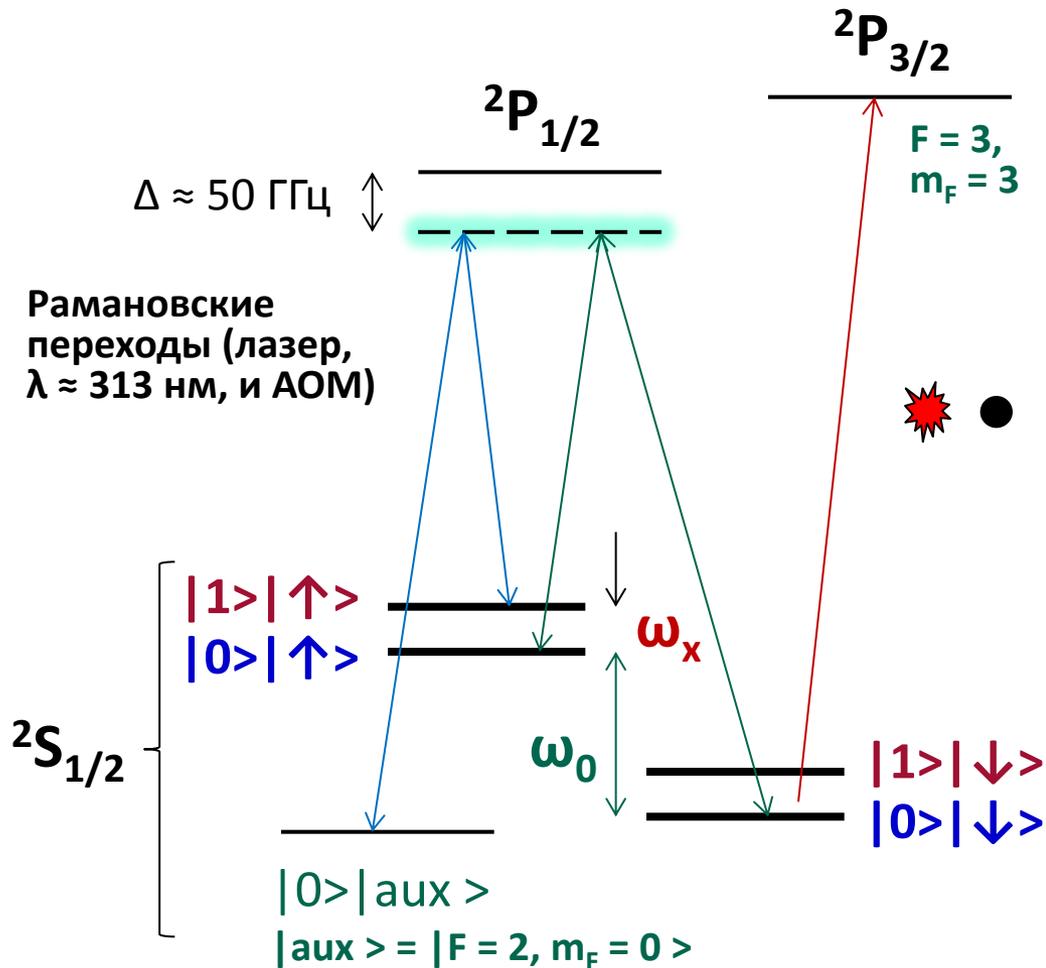
$$\hbar\omega_z/k_B \approx 0.5 \text{ мК}$$

Подуровни  ${}^2S_{1/2}$ :

$$|\downarrow\rangle = |F = 2, m_F = 2\rangle$$

$$|\uparrow\rangle = |F = 1, m_F = 1\rangle$$

# C. Monroe, ..., D. J. Wineland, 1995: Demonstration of a Fundamental Quantum Logic Gate



Управляемый (*target*) кубит:  
сверхтонкие подуровни  $2S_{1/2}$   
состояния,  $\omega_0/2\pi = 1.250$  ГГц

Управляющий (*control*) кубит:  
колебательные состояния иона  
 $|0\rangle$  и  $|1\rangle$ ,  $\omega_x/2\pi = 11.2$  МГц

## Операция CNOT:

- $\pi/2$  импульс на частоте  $\omega_0$   
– создание суперпозиций (H)
- $2\pi$  импульс на боковой полосе  $\omega_0 + \omega_x$   
поворот фазы  $|1\rangle |\uparrow\rangle \rightarrow -|1\rangle |\uparrow\rangle$
- $\pi/2$  импульс на несущей  $\omega_0$   
– вторая операция Адамара H

# Таблица истинности квантового вентиля CNOT на ионе ${}^9\text{Be}^+$ (1995)

Управляющий (control) кубит

Управляемый (target) кубит

Эксперимент

Теория  
(идеальная логика)

$$|0\rangle|\downarrow\rangle \rightarrow |0\rangle|\downarrow\rangle$$

$$|0\rangle|\uparrow\rangle \rightarrow |0\rangle|\uparrow\rangle$$

$$|1\rangle|\downarrow\rangle \rightarrow |1\rangle|\uparrow\rangle$$

$$|1\rangle|\uparrow\rangle \rightarrow |1\rangle|\downarrow\rangle$$

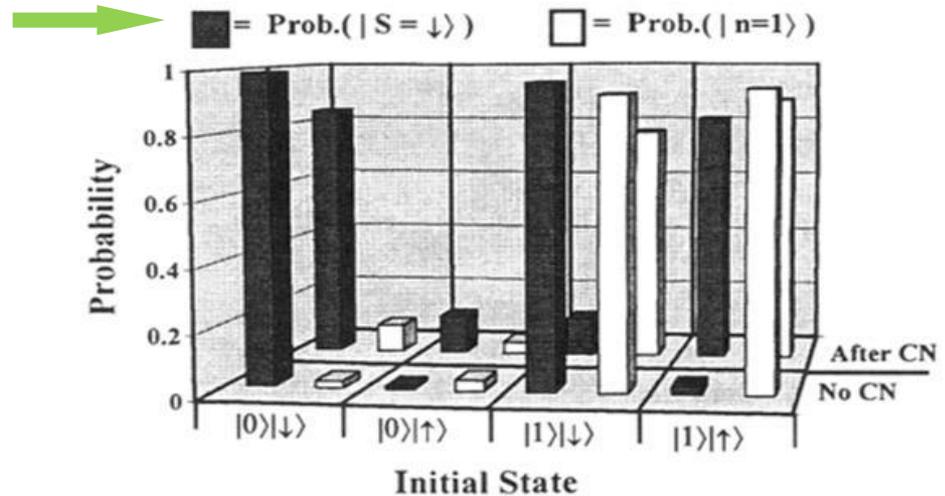
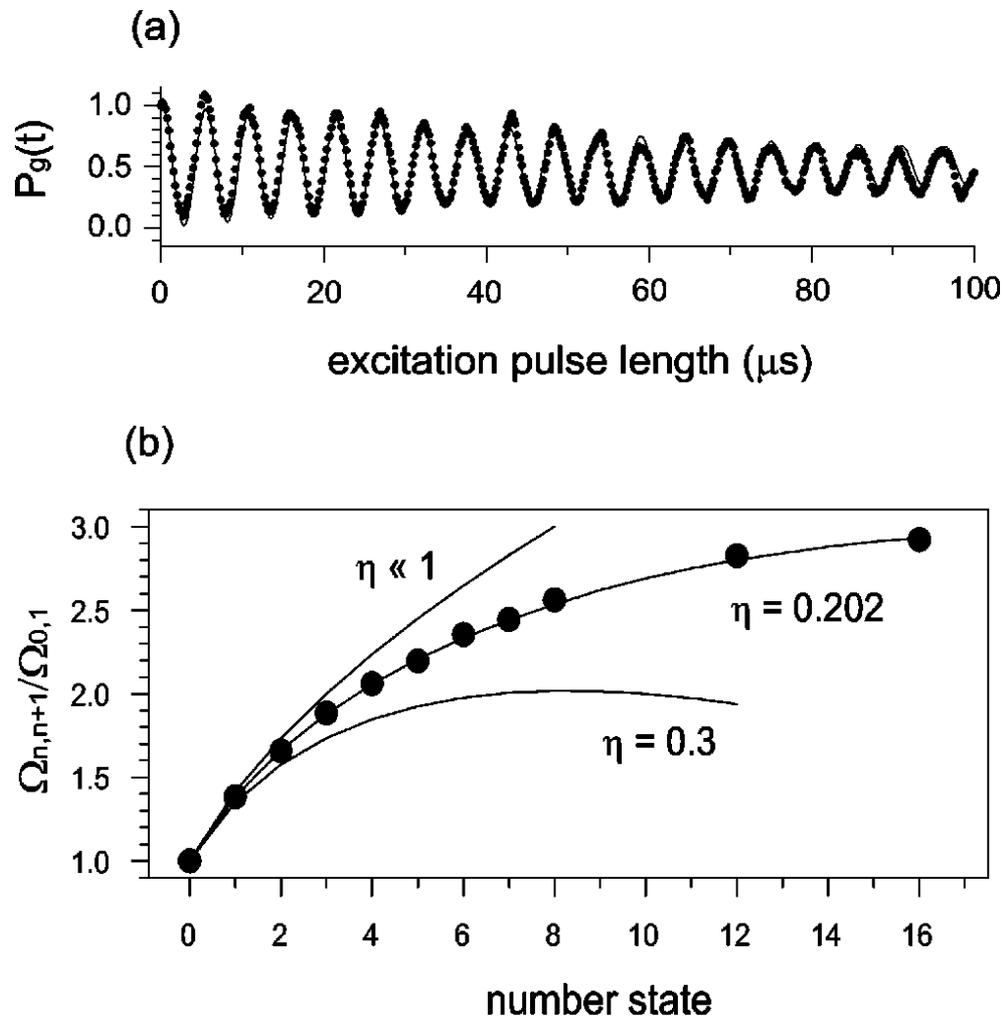


FIG. 2. Controlled-NOT (CN) truth table measurements for eigenstates. The two horizontal rows give measured final values of  $n$  and  $S$  with and without operation of the CN gate, expressed in terms of the probabilities  $P\{n = 1\}$  and  $P\{S = \downarrow\}$ . The measurements are grouped according to the initial prepared eigenstate of the quantum register ( $|0\rangle|\downarrow\rangle$ ,  $|0\rangle|\uparrow\rangle$ ,  $|1\rangle|\downarrow\rangle$ , or  $|1\rangle|\uparrow\rangle$ ). Even without CN operations, the probabilities are not exactly 0 or 1 due to imperfect laser-cooling, state preparation and detection preparation, and decoherence effects. However, with high probability, the CN operation preserves the value of the control qubit  $n$ , and flips the value of the target qubit  $S$  only if  $n = 1$ .

# D. M. Meekhof, ... D. J. Wineland, 1996: Generation of Nonclassical Motional States of a Trapped Atom

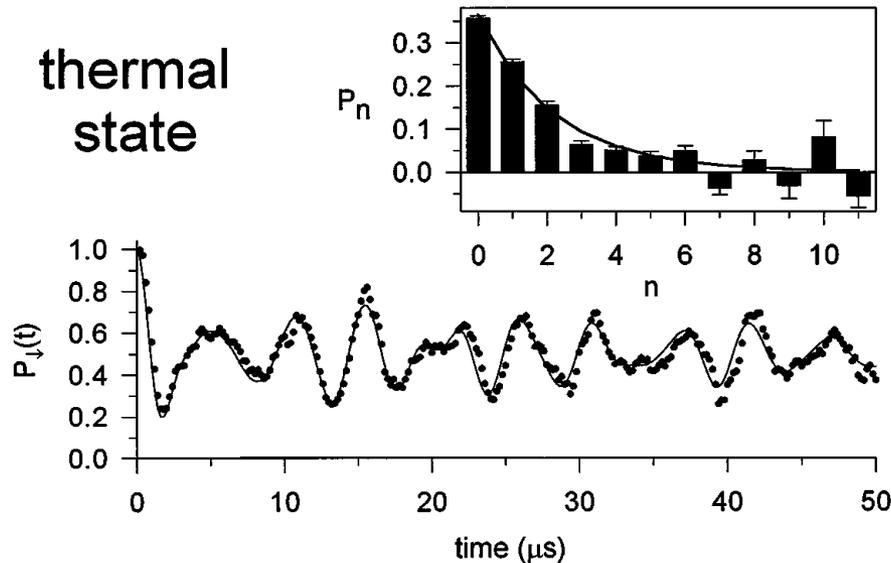


(a) Вероятность  $P_g(t)$  нахождения атома на нижнем электронном уровне  $|\downarrow\rangle$  в колебательном состоянии с  $n = 0$ . Биения отвечают переходам  $|0\rangle|\downarrow\rangle \leftrightarrow |1\rangle|\uparrow\rangle$  под действием двух лазеров, работающих на голубой боковой полосе  $\omega_0 + \omega_x$ . Сплошная кривая – экспоненциально затухающая синусоида.

(b) Отношение частот Раби  $\Omega_{n,n+1}/\Omega_{0,1}$  как функция  $n$  при разных значениях параметра Лэмба-Дике.

# Колебательные квантовые состояния иона

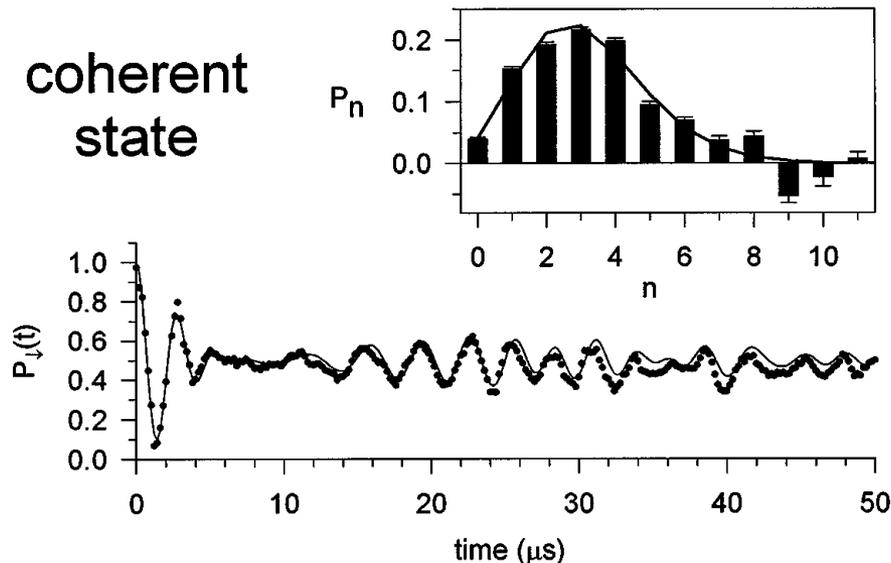
thermal state



$P_{\downarrow}(t)$  для равновесного состояния. Экспериментальные данные (точки) и теоретическая кривая, отвечающая равновесной смеси («суперпозиции») фоковских состояний с  $\bar{n} = 1.3 \pm 0.1$ .

На вставке – вероятность обнаружить атом в колебательном состоянии с  $n$  квантами (эксперимент) и экспонента, соответствующая  $\bar{n} = 1.5 \pm 0.1$ .

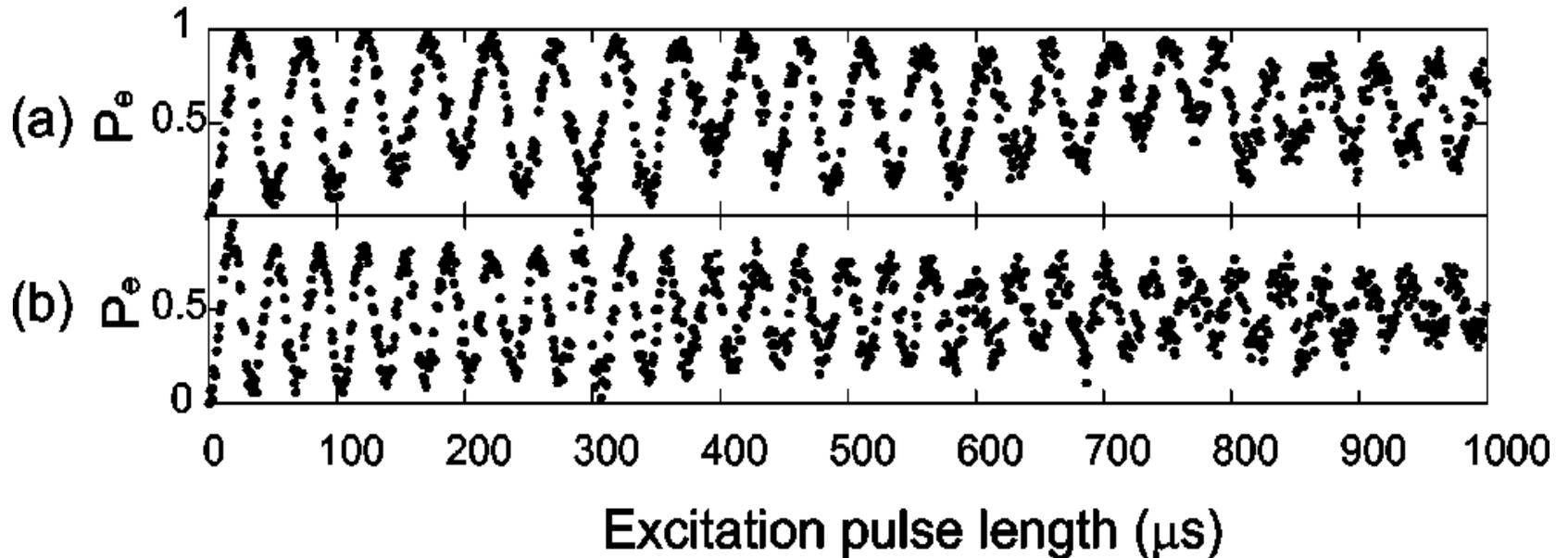
coherent state



$P_{\downarrow}(t)$  для когерентного состояния. Данные эксперимента положены на теоретическую кривую, построенную для когерентного колебательного состояния с  $\bar{n} = 3.1 \pm 0.1$ .

На вставке – разложение когерентного состояния по фоковским (эксперимент). Пуассоновскому распределению для вероятности  $P_n = |c_n|^2$  (теория) отвечает  $\bar{n} = 2.9 \pm 0.1$ .

# Фоковские колебательные состояния иона



Колебательные состояния с определенным числом квантов  $n$   
(эксперименты группы из Иннсбрука: *Ch. Roos et al., 1999*)

(a) Осцилляции Раби на голубой боковой полосе для основного колебательного состояния иона  $n = 0$ ;

(b) Осцилляции Раби в первом возбужденном состоянии ( $n = 1$ ).

## D. Leibfried,..., D. J. Wineland, 1996: Experimental Determination of the Motional Quantum State of a Trapped Atom

$$\psi(\mathbf{x}) = \sum_{\mathbf{i}} c_{\mathbf{i}} |\mathbf{i}\rangle, \quad c_{\mathbf{i}} = \delta_{\mathbf{i}\mathbf{k}} \text{ – стационарное (фоковское) состояние}$$

$$\psi_{\alpha}(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right) \sum_{\mathbf{n}=0}^{\infty} \frac{\alpha^{\mathbf{n}}}{\sqrt{\mathbf{n}!}} |\mathbf{n}\rangle \text{ – когерентное состояние } |\alpha\rangle$$

$$\rho_{\mathbf{nm}} = c_{\mathbf{n}} c_{\mathbf{m}}^*, \quad \rho^2 = \rho \text{ – матрица плотности чистого состояния в энергетическом представлении}$$

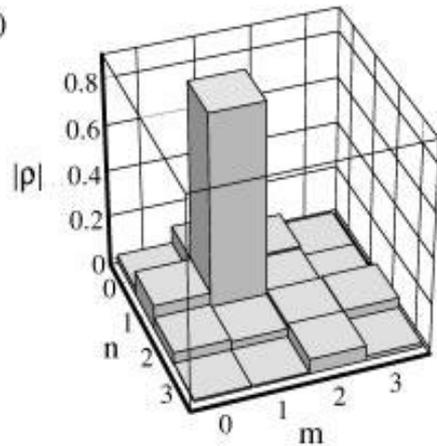
$$\rho_{\mathbf{nm}} = \frac{\delta_{\mathbf{nm}}}{Z} \exp\left(-\frac{E_{\mathbf{n}}}{kT}\right) \text{ – матрица плотности термодинамически равновесного (смешанного) состояния}$$

$$W(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi^*\left(\mathbf{x} - \frac{\mathbf{y}}{2}\right) \psi\left(\mathbf{x} + \frac{\mathbf{y}}{2}\right) e^{-i\mathbf{p}\mathbf{y}} d\mathbf{y}, \text{ – вигнеровская функция распределения}$$

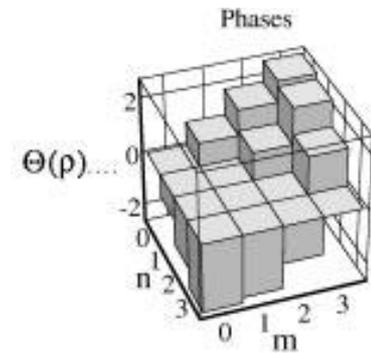
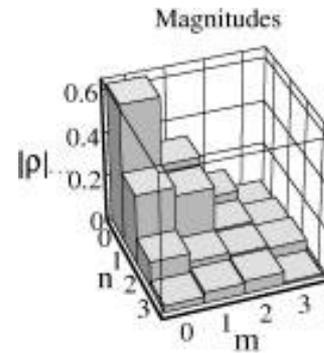
$$|\psi(\mathbf{x})|^2 = \int_{-\infty}^{\infty} W(\mathbf{x}, \mathbf{p}) d\mathbf{p}, \quad \int_{-\infty}^{\infty} W(\mathbf{x}, \mathbf{p}) d\mathbf{x} = \rho(\mathbf{p})$$

# Томография состояния Фока с $n = 1$ и когерентных состояний с амплитудами 0.67 и 1.5.

(a)



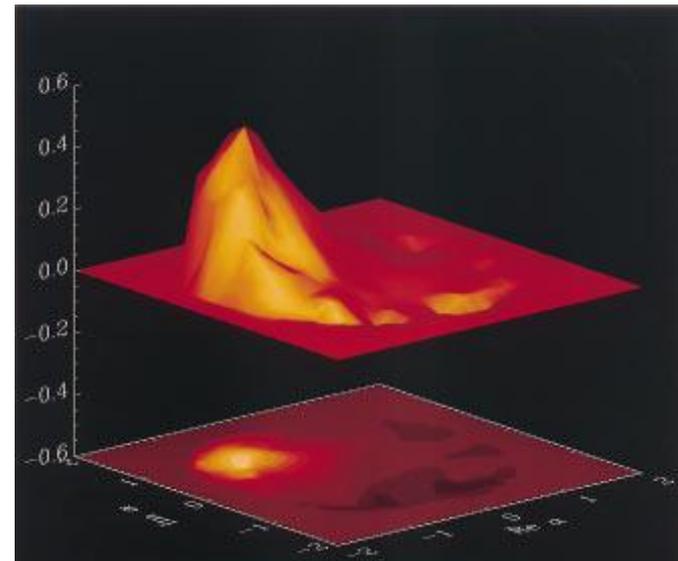
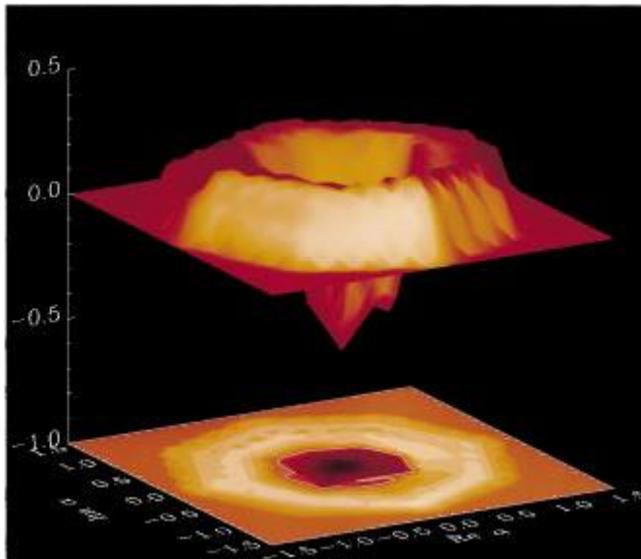
$n = 1$



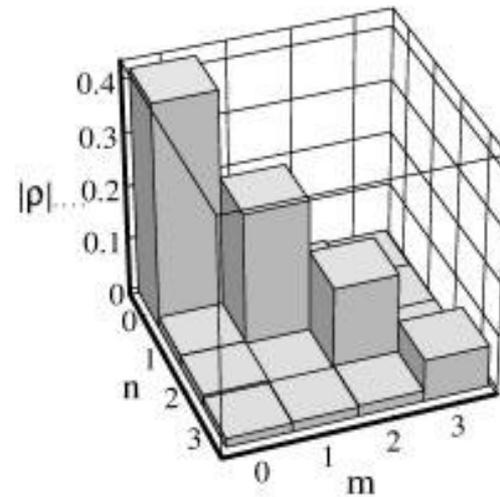
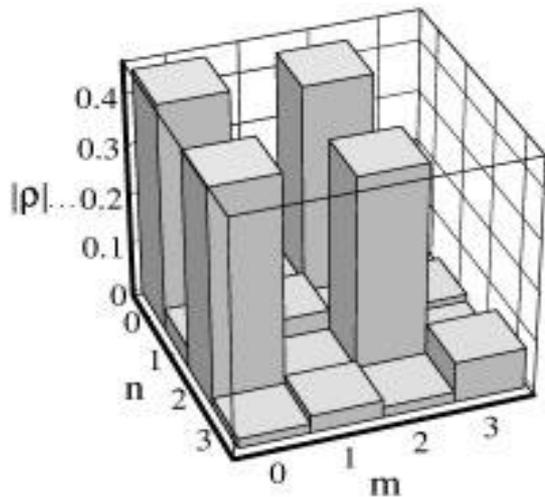
$|\alpha| = 0.67$



$|\alpha| = 1.5$



# Томография суперпозиции $(|0\rangle - i|2\rangle)/\sqrt{2}$ и планковского (равновесного) состояния



$$\rho_{nm} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \frac{i}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{i}{2} & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\rho_{nm} = \frac{\delta_{nm}}{Z} \exp\left(-\frac{n\hbar\omega}{kT}\right),$$

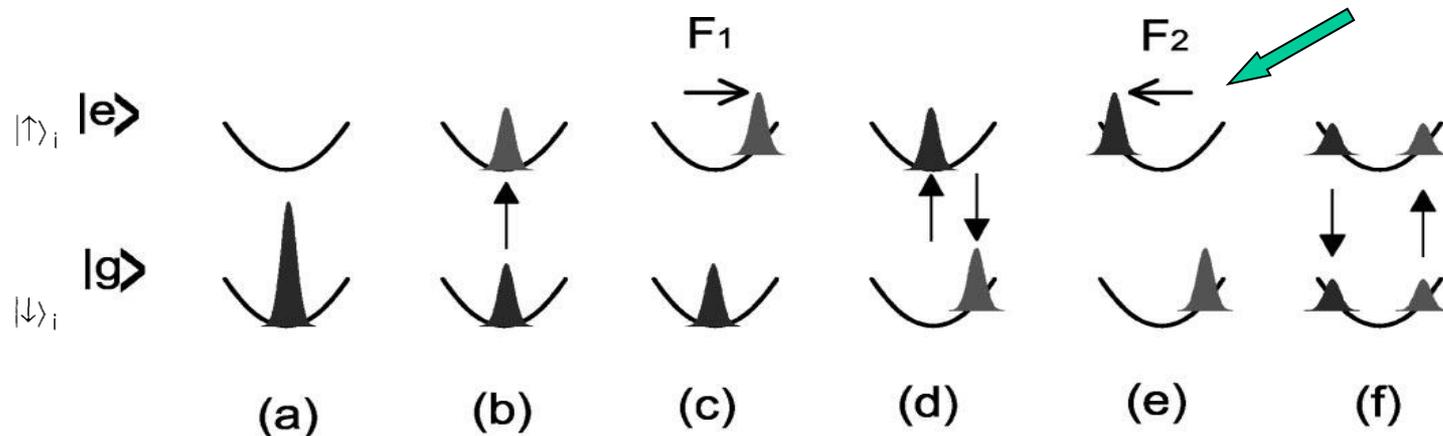
$$\bar{n} = 1.3$$

C. Monroe, ..., D. J. Wineland, Science, 1996:

## Производство «котят Шредингера» из атомов в ловушках

Запутывание сверхтонких уровней  $|\uparrow\rangle$ ,  $|\downarrow\rangle$  и когерентных колебательных состояний  $|3\rangle$ ,  $|-3\rangle$  с амплитудами  $\alpha = 3$  и фазами  $\phi = 0$ ,  $\phi = \pi$

**«Кошачье» состояние**



**Fig. 2.** Evolution of the position-space atomic wave packet entangled with the internal states  $|\downarrow\rangle_i$  and  $|\uparrow\rangle_i$  during creation of a Schrödinger cat state with  $\alpha = 3$  and  $\phi = \pi$  (see Table 1). The wave packets are snapshots in time, taken when the atom is at the extremum of motion in the harmonic trap (represented by the parabolas). The area of the wave packets corresponds to the probability of finding the atom in the given internal state. **(A)** The initial wave packet corresponds to the quantum ground state of motion after laser-cooling. **(B)** The wave packet is split after a  $\pi/2$ -pulse on the carrier. **(C)** The  $|\uparrow\rangle_i$  wave packet is excited to a coherent state by the force  $\mathbf{F}$  of the displacement beams. Note the force  $\mathbf{F}$  acts only on the  $|\uparrow\rangle_i$  wave packet, thereby entangling the internal and motional systems. **(D)** The  $|\downarrow\rangle_i$  and  $|\uparrow\rangle_i$  wave packets are exchanged following a  $\pi$ -pulse on the carrier. **(E)** The  $|\uparrow\rangle_i$  wave packet is excited to a coherent state by the displacement beam force  $-\mathbf{F}$ , which is out of phase with respect to the force in (C). The state shown in (E) corresponds most closely to Schrödinger's cat (Eqs. 1 and 2). **(F)** The  $|\downarrow\rangle_i$  and  $|\uparrow\rangle_i$  wave packets are finally combined after a  $\pi/2$ -pulse on the carrier.

# Литература

J. M. Raimond, M. Brune, S. Haroche

**Manipulating quantum entanglement with atoms and photons in a cavity.**

Rev. Mod. Phys. **73**, 565-582 (2001).

D. Leibfried, R. Blatt, C. Monroe, D. Wineland

**Quantum dynamics of single trapped ions.**

Rev. Mod. Phys. **75**, 281-324 (2003).

S.Gleyzes, S.Kuhr, C.Guerlin, J.Bernu, S.Deleglise, U.Hoff, M.Brune, J.-M. Raimond, S.Haroche

**Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity.**

Nature **446**, 297 (2007).

C. W. Chou, D. B. Hume, T. Rosenband, D. J. Wineland

**Optical Clocks and Relativity.**

Science **329**, 1630 (2010).

M. Schriber

**Nobel Prize – Tools for Quantum Tinkering.**

Physics **5**, 114 (2012)

А. И. Соколов

**Элементы квантовой информатики.**

Издательство физического факультета СПбГУ, 2012.

# Интернет

## **The Nobel Prize in Physics 2012**

[http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/physics/laureates/advanced-physicsprize2012\\_02.pdf](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/advanced-physicsprize2012_02.pdf)

J. M. Raimond

## **Exploring the quantum with atoms and cavities**

<http://www.cqed.org/IMG/pdf/raimond.pdf>

## **NIST Ion Storage Group**

<http://www.nist.gov/pml/div688/grp10/index.cfm>

И. Иванов

## **Нобелевская премия по физике – 2012. ЭЛЕМЕНТЫ большой науки.**

<http://elementy.ru/news/431910>.

MinutePhysics

## **2012 Nobel Prize: How Do We See Light?**

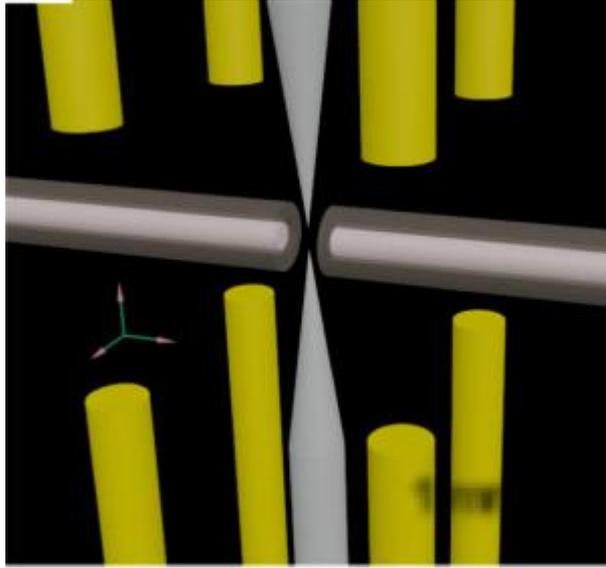
<http://www.youtube.com/watch?v=2dRr-fnPCwM&list=PLED25F943F8D6081C&index=12>

B. Greene

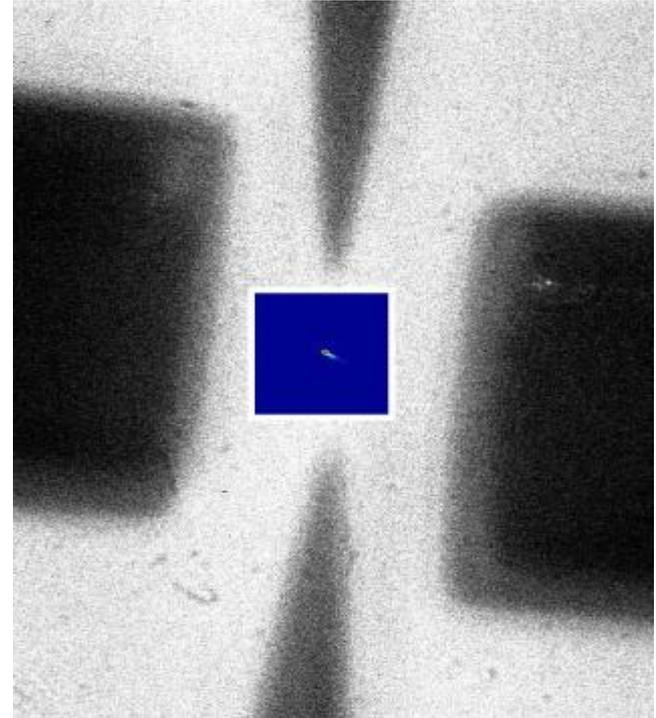
## **Тайны мироздания: серия 3. Квантовый скачок.**

<http://www.youtube.com/watch?v=FO7czYY16w8>.

M. Steiner, H. Meyer, C. Deutsch, J. Reichel, M. Koehl, 2013  
**Single Ion Coupled to an Optical Fiber Cavity**

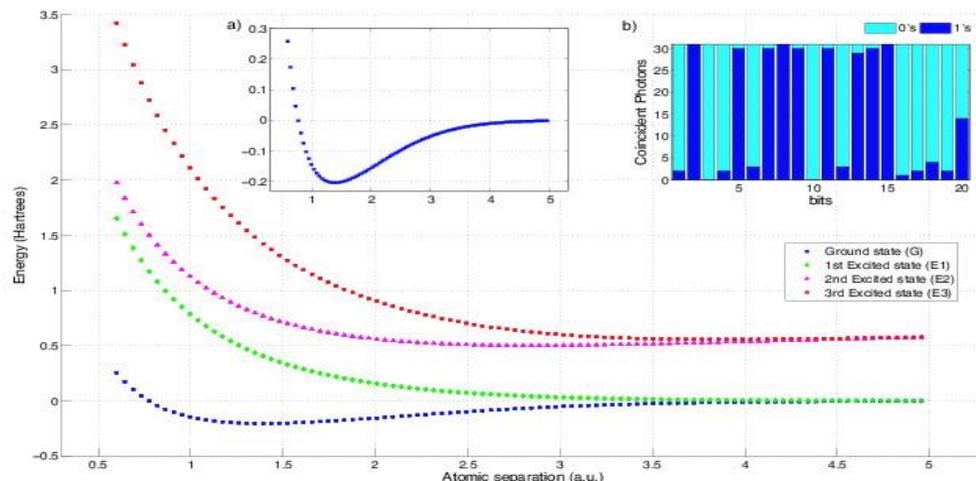


$\approx 3$  mm



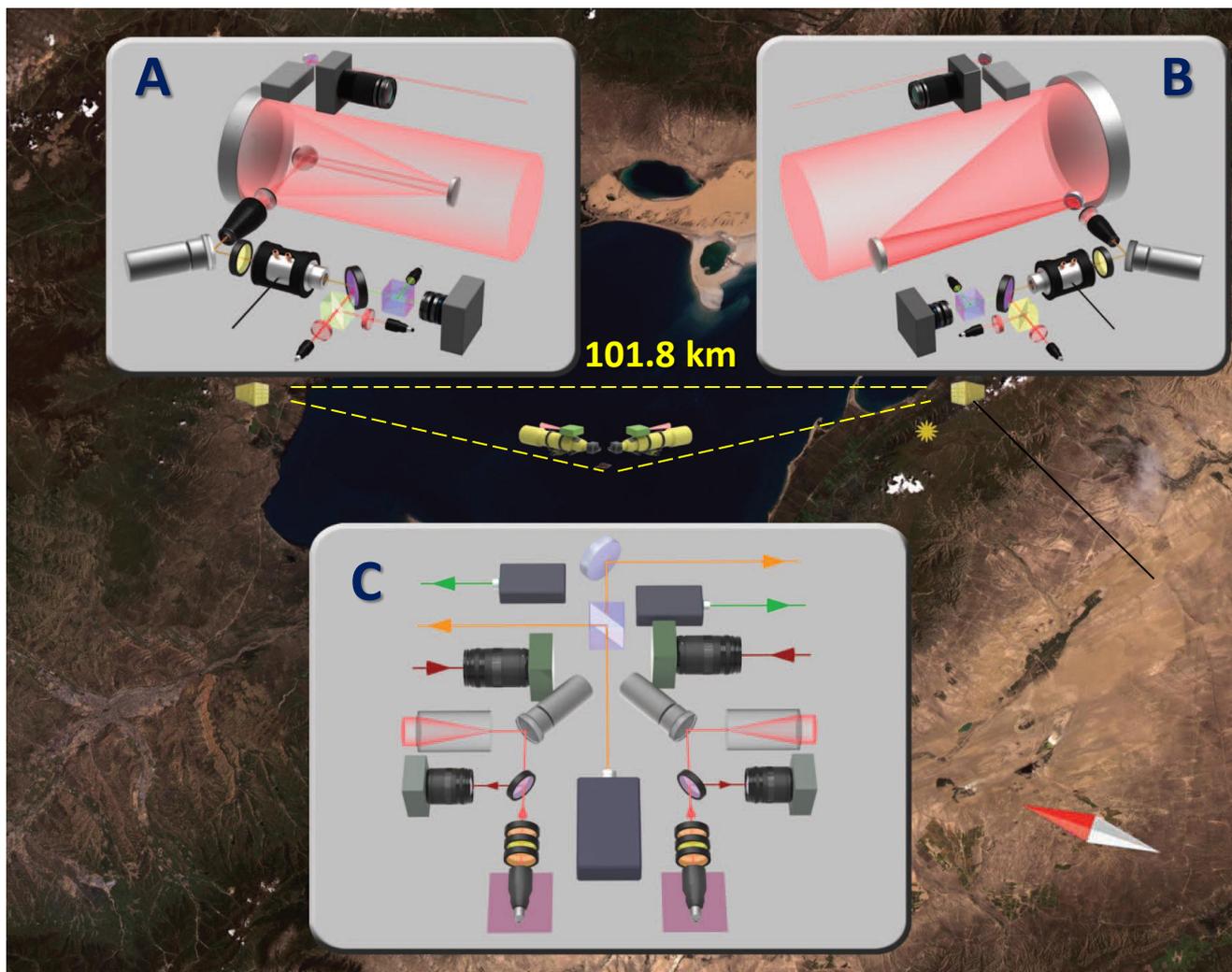
# Toward quantum chemistry on a quantum computer.

*B. H. Lanyon et al., Nature Chemistry 2, 106-111 (2009).*



**FIG. 2: Quantum algorithm results:  $H_2$  potential energy curves in a minimal basis.** Each point is calculated using a 20-bit IPEA and employing  $n=31$  samples per bit (repetitions of each iteration). Every case was successful, achieving the target precision of  $\pm(2^{-20} \times 2\pi) E_h \sim 10^{-5} E_h$ . Curve G (E3) is the low (high) eigenvalue of  $\hat{H}^{(1,6)}$ . Curve E1 is a triply degenerate spin-triplet state, corresponding to the lower eigenvalue of  $\hat{H}^{(3,4)}$  as well as the eigenvalues  $\hat{H}^{(2)}$  and  $\hat{H}^{(5)}$ . Curve E2 is the higher (singlet) eigenvalue of  $\hat{H}^{(3,4)}$ . Measured phases are converted to energies  $E$  via  $E=2\pi\phi+1/r$ , where the last term accounts for the proton-proton Coulomb energy at atomic separation  $r$ , and reported relative to the ground state energy of two hydrogen atoms at infinite separation. **Inset a):** Curve G rescaled to highlight the bound state. **Inset b):** Example of raw data for the ground state energy obtained at the equilibrium bond length, 1.3886 a.u.. The measured binary phase is  $\phi=0.01001011101011100000$  which is equal to the exact value, in our minimal basis, to a binary precision of  $\pm 2^{-20}$ . Note that the exact value has a remainder of  $\delta \approx 0.5$  after a 20 bit expansion, hence the low contrast in the measured 20<sup>th</sup> bit.

Juan Yin, ..., Jian-Wei Pan, *Nature* 488, 186 (2012). Quantum teleportation and entanglement distribution over 100-kilometre free-space channels



**Эксперимент по регистрации (распределению) запутанности.**

Изображение местности – с китайского спутника. Приемник Алисы – 600 мм телескоп Кассегрена, Боба – 400 мм рефлектор.

**Регистрируется нарушение белловских неравенств типа CHSH.**

**$S = 2.51 \pm 0.21$  ( $2.4 \sigma$ )**

208 совпадений за 32 000 с, потери в двух каналах – 66-85 дБ.