

# **Особенности структурных переходов ОЦК-ГПУ**

**1) Ф.А. Кассан-Оглы, 1) В.Е. Архипов,  
2) А.Е. Шестаков**

**1) Институт физики металлов УрО РАН, Екатеринбург .**

**2) Российский федеральный ядерный центр – ВНИИТФ имени академика Е.И. Забабахина, Снежинск**

# *Реферат*

На основе псевдоспинового гамильтониана Изинга при учете взаимодействий между ближайшими соседями построена теория структурных фазовых превращений ОЦК—ГПУ в металлах с высокотемпературной ОЦК решеткой. При всех температурах рассчитана картина диффузного рассеяния, а также совместная перестройка исходных Брэгговских рефлексов и диффузного рассеяния в Брэгговские рефлексы при переходах в низкотемпературные фазы.

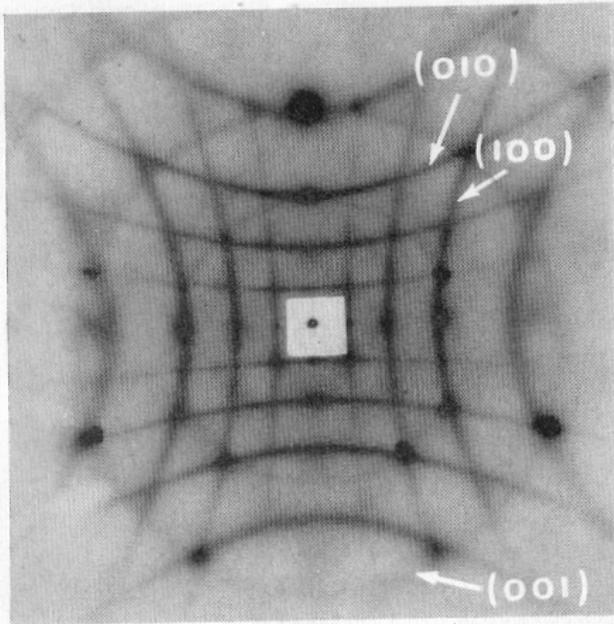
# *Введение*

- В физике дифракции рентгеновских лучей обычно используют два основных типа эксперимента: либо рассеяние белого излучения на монокристалле – Лауэ-эксперимент, либо рассеяние монохроматического излучения на поликристалле или порошке – эксперимент Дэбая.
- Моно-Лауэ эксперимент – это рассеяние монохроматического излучения, направленного на неподвижный монокристалл, и регистрация результата рассеяния на фотопленке.

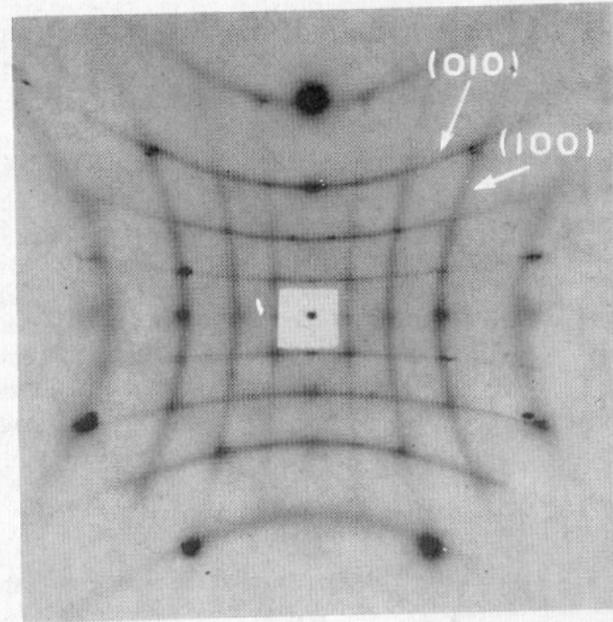
## *Введение (продолжение)*

- Из построения Эвальда следует, что при такой постановке эксперимента следует ожидать полного отсутствия рассеяния, либо случайного попадания в лучшем случае шубы около Брэгговского рефлекса (от обычного ТДР на фонах) на сферу Эвальда. Однако Лаваль в 1939 году поставил такой эксперимент на кристалле KCl. В нем была обнаружена весьма сложная картина диффузного рассеяния. Следующим важным этапом явилась работа Комеса, Ламбер и Гинье 1971, в которой проводился моно-Лауэ эксперимент на перовските  $\text{KNbO}_3$  при разных температурах, и было обнаружено, что диффузное рассеяние теснейшим образом связано с ранее известным каскадом структурных фазовых переходов в этом кристалле: куб—тетрагон—орторомб—ромбоэдр.

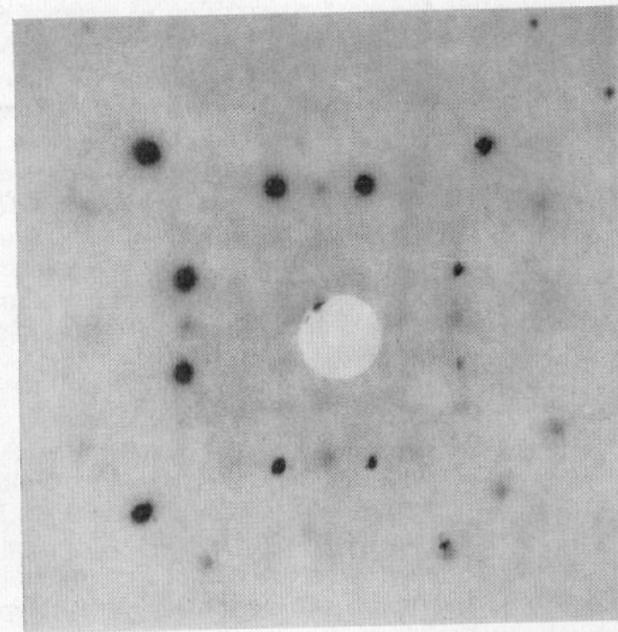
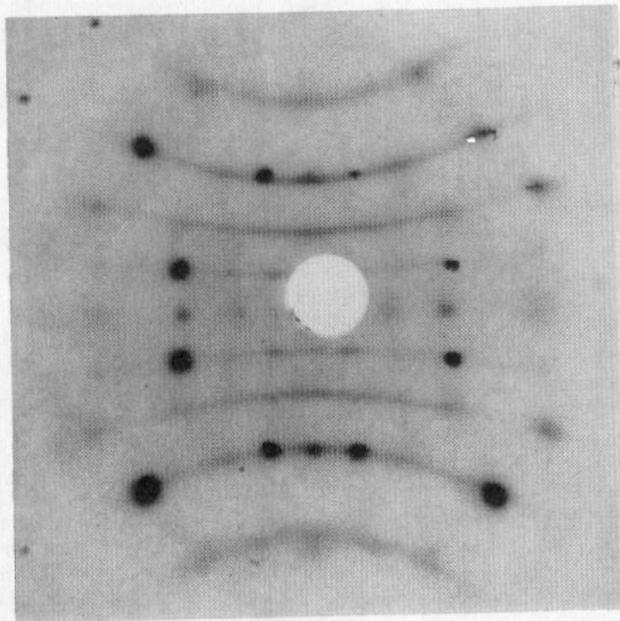
# Комес, Ламбер, Гинье 1971



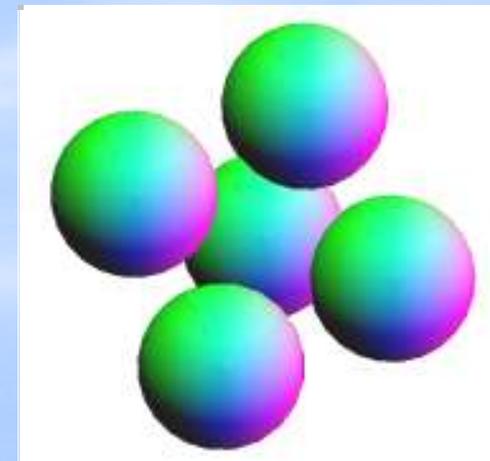
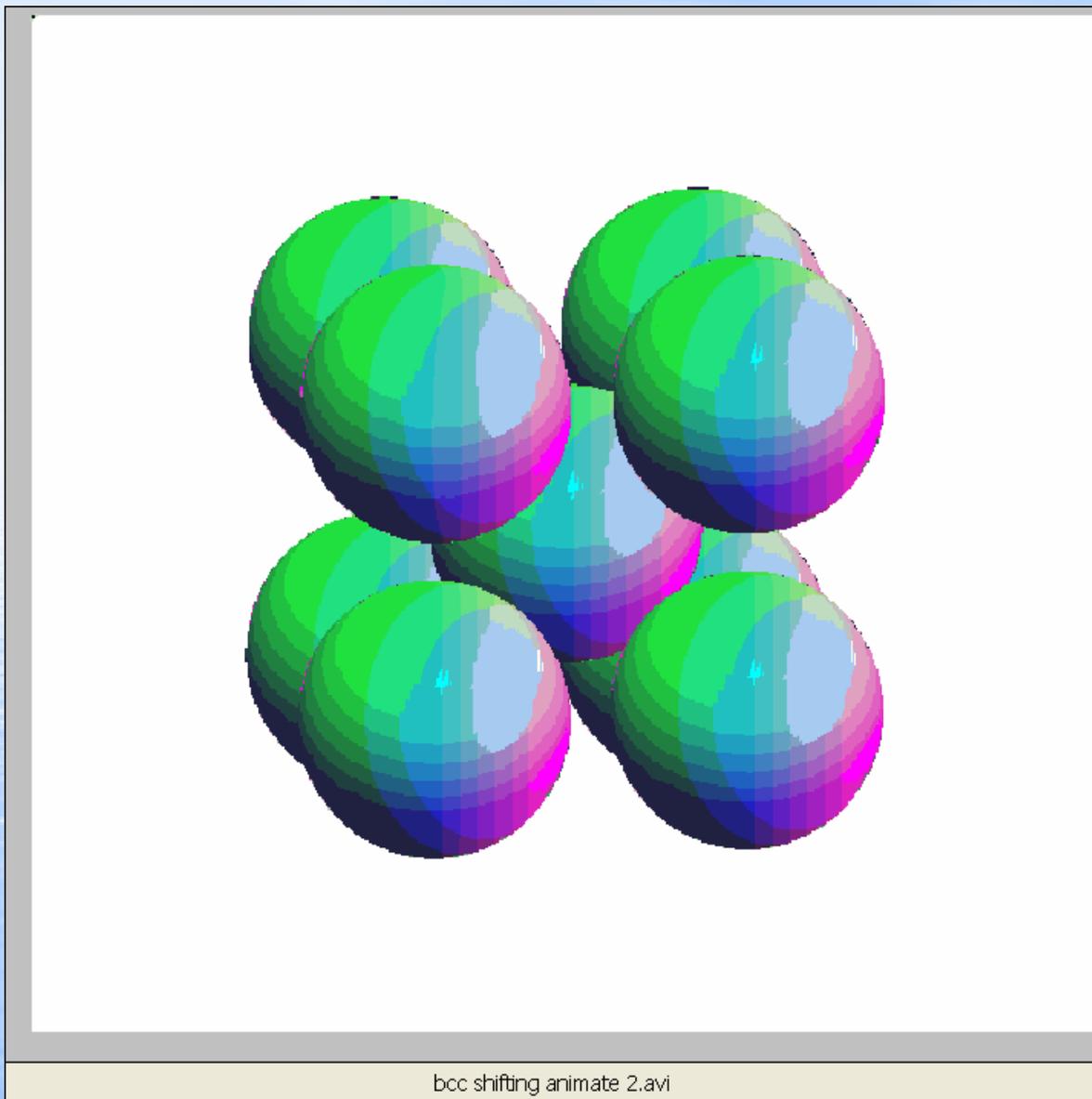
(a)



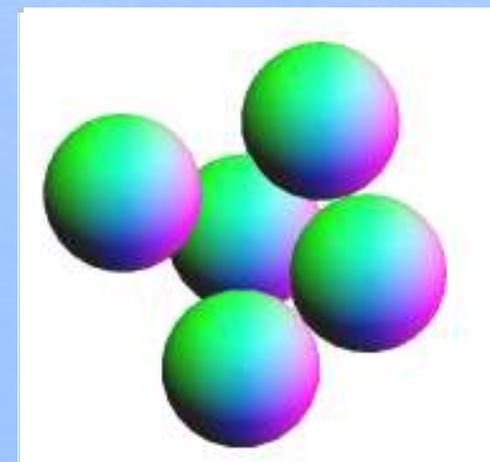
(b)



# Колебания плоскостей в ОЦК фазе и расчет амплитуды



среднее положение



крайнее положение

# Общие формулы

Интенсивность упругого рассеяния:

$$I(\mathbf{q}) = \frac{1}{NL} \sum_{nn'} e^{-i\mathbf{q}(\mathbf{R}_n - \mathbf{R}_{n'})} \sum_{ll'} f_l f_{l'} e^{-i\mathbf{q}(\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_{l'})} \sum_{\sigma} e^{-i\mathbf{q}(\Delta_{nl}\sigma_{nl} - \Delta_{n'l'}\sigma_{n'l'})}$$

$$\Delta = \frac{\sqrt{2}-1}{2\sqrt{3}} = 0.119$$

$\Delta$  это вектор-амплитуда колебаний,  $\sigma = \pm 1$ .

- После громоздких расчетов получаем общую картину рассеяния в высокотемпературной ОЦК фазе:

## 1. Модулированные Брэгги

$$I_{Br}(\mathbf{q}) = f^2 \left[ 1 + \cos \frac{1}{2} (q_x a + q_y b + q_z c) \right] \cdot \cos^2(q_x + q_y) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \cos^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cdot \cos^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \\ \times \cos^2(q_x - q_y) \Delta_{xy} \cdot \cos^2(q_y - q_z) \Delta_{yz} \cdot \cos^2(q_z - q_x) \Delta_{zx} \cdot \delta(\mathbf{q} - \mathbf{\kappa}) .$$

## Общие формулы (продолжение)

### 2. Шесть семейств диффузных стержней типа [110]

$$I_{cm}^{xy}(\mathbf{q}) = f^2 \cdot \sin^2(q_x - q_y) \Delta_{xy} \cdot \left[1 + \cos \frac{1}{2}(q_x a - q_y b + q_z c)\right] \cdot \cos^2(q_y - q_z) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \cos^2(q_z - q_x) \Delta_{y\bar{z}} \\ \times \cos^2(q_x + q_y) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \cos^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cos^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \cdot \delta(q_z - \kappa_z) \delta(q_x - q_y - \kappa_x)$$

### 3. Три семейства диффузных плоскостей типа (100)

$$I_{nl}^z(\mathbf{q}) = f^2 \cdot \sin^2(q_x - q_y) \Delta_{xy} \cdot \sin^2(q_x + q_y) \Delta_{xy} \cdot \cos^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cos^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \\ \times \cos^2(q_y - q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cos^2(q_z - q_x) \Delta_{z\bar{x}} \cdot \delta(q_z - \kappa_z) \quad .$$

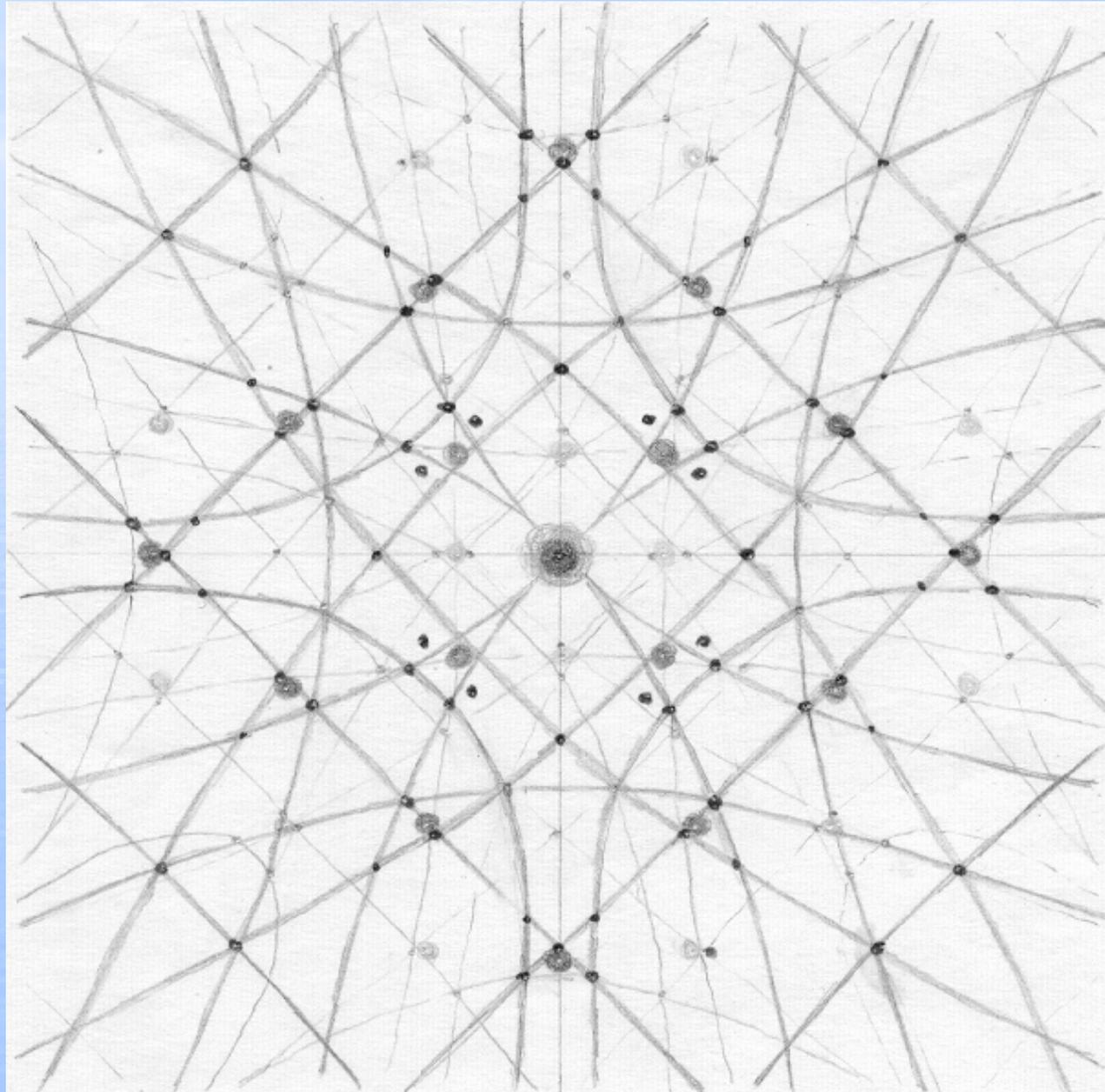
### 4. Четыре семейства диффузных плоскостей типа (111)

$$I_{nl}^{xyz}(\mathbf{q}) = f^2 \cdot \left[1 + \cos \frac{1}{2}(q_x a + q_y b + q_z c)\right] \cdot \cos^2(q_x - q_y) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \cos^2(q_y - q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cos^2(q_z - q_x) \Delta_{z\bar{x}} \\ \times \{ \sin^2(q_x + q_y) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \sin^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cdot \cos^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \\ + \sin^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cdot \sin^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \cdot \cos^2(q_x + q_y) \Delta_{x\bar{y}} \\ + \sin^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \cdot \sin^2(q_x + q_y) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \cos^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \\ + \sin^2(q_x + q_y) \Delta_{x\bar{y}} \cdot \sin^2(q_y + q_z) \Delta_{y\bar{z}} \cdot \sin^2(q_z + q_x) \Delta_{z\bar{x}} \} \cdot \delta(q_x + q_y + q_z - \kappa_x) \quad ,$$

### 5. Сплошной диффузный фон (мы его не выписываем)

# *Расчетная монолауэграмма на ОЦК кристалле*

(фото пленка за пучком и перпендикулярна ему,  
пучок направлен вдоль  $[001]$ )



## *О сравнении расчетных и экспериментальных моно-Лауэграмм*

При сравнении расчетных и экспериментальных моно-Лауэграмм следует иметь в виду несколько обстоятельств. Во-первых, для получения четких изображений требуется хорошая монохроматизация, хорошая коллимация падающего пучка, пучок должен быть как можно более узким (во всяком случае, в месте падения на образец), и для этого, например, Комес, Ламбер и Гинье применяют дважды изогнутый монохроматор из монокристалла топаза. Во-вторых, из-за значительно меньшей интенсивности диффузного рассеяния по сравнению с Брэгговскими рефлексами требуются очень большие времена экспозиции. В-третьих, в теории для выполнения расчетов колеблющиеся объекты предполагаются бесконечными, светящиеся диффузные плоскости и стержни получаются бесконечно тонкими, а в реальности корреляции внутри колеблющихся объектов конечны. Кроме того, обычное тепловое диффузное рассеяние (ТДР), которое сконцентрировано в окрестности Брэгговских рефлексов (шубы), часто накладывается на светящиеся диффузные стержни.

## ***ВЛИЯНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НА ДИФФУЗНОЕ РАССЕЯНИЕ***

До сих пор мы рассматривали независимые колебания плоскостей. Однако между атомами всегда существует взаимодействие, которое приводит к эффективному притяжению или отталкиванию, которое включается в задачу через гамильтониан:

$$H = -J \sum_{nl, \delta} (\Delta_{nl} \sigma_{nl} \cdot \Delta_{nl+\delta} \sigma_{nl+\delta})$$

Задача решается и формально каждый множитель типа  $\sin^2(q_x - q_y) \Delta_{xy}$  приобретает дополнительный множитель.

$$L_{xy} = \frac{1 - \text{th}^2(\beta J \Delta_{xy}^2)}{1 + \text{th}^2(\beta J \Delta_{xy}^2) - 2 \cos(q_x a + q_y b) \cdot \text{th}(\beta J \Delta_{xy}^2)}$$

По общей схеме выводится система уравнений для  
шестикомпонентного параметра порядка

$$\eta_{xy} = \text{th} \left[ \beta |J| \Delta^2 \left( 1 + l \eta_{xy} \right)^2 \left( 1 - \eta_{x\bar{y}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{yz} \right)^2 \left( 1 - \eta_{y\bar{z}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{zx} \right)^2 \left( 1 - \eta_{z\bar{x}} \right)^2 \right]$$

$$\eta_{x\bar{y}} = \text{th} \left[ \beta |J| \Delta^2 \left( 1 - \eta_{xy} \right)^2 \left( 1 + l \eta_{x\bar{y}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{yz} \right)^2 \left( 1 - \eta_{y\bar{z}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{zx} \right)^2 \left( 1 - \eta_{z\bar{x}} \right)^2 \right]$$

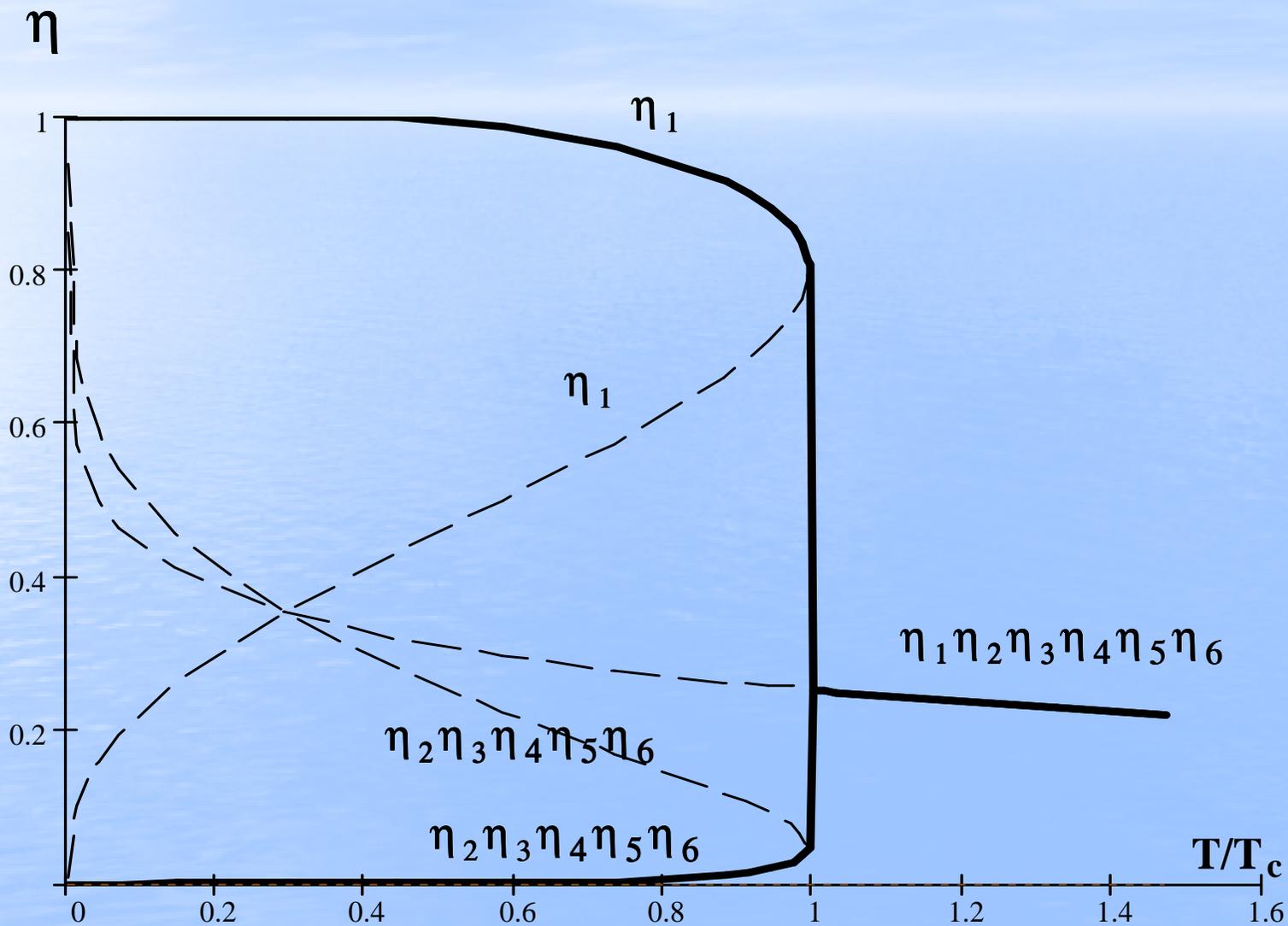
$$\eta_{yz} = \text{th} \left[ \beta |J| \Delta^2 \left( 1 - \eta_{xy} \right)^2 \left( 1 - \eta_{x\bar{y}} \right)^2 \left( 1 + l \eta_{yz} \right)^2 \left( 1 - \eta_{y\bar{z}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{zx} \right)^2 \left( 1 - \eta_{z\bar{x}} \right)^2 \right]$$

$$\eta_{y\bar{z}} = \text{th} \left[ \beta |J| \Delta^2 \left( 1 - \eta_{xy} \right)^2 \left( 1 - \eta_{x\bar{y}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{yz} \right)^2 \left( 1 + l \eta_{y\bar{z}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{zx} \right)^2 \left( 1 - \eta_{z\bar{x}} \right)^2 \right]$$

$$\eta_{zx} = \text{th} \left[ \beta |J| \Delta^2 \left( 1 - \eta_{xy} \right)^2 \left( 1 - \eta_{x\bar{y}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{yz} \right)^2 \left( 1 - \eta_{y\bar{z}} \right)^2 \left( 1 + l \eta_{zx} \right)^2 \left( 1 - \eta_{z\bar{x}} \right)^2 \right]$$

$$\eta_{z\bar{x}} = \text{th} \left[ \beta |J| \Delta^2 \left( 1 - \eta_{xy} \right)^2 \left( 1 - \eta_{x\bar{y}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{yz} \right)^2 \left( 1 - \eta_{y\bar{z}} \right)^2 \left( 1 - \eta_{zx} \right)^2 \left( 1 + l \eta_{z\bar{x}} \right)^2 \right]$$

# Решение системы уравнений для компонентов параметра порядка

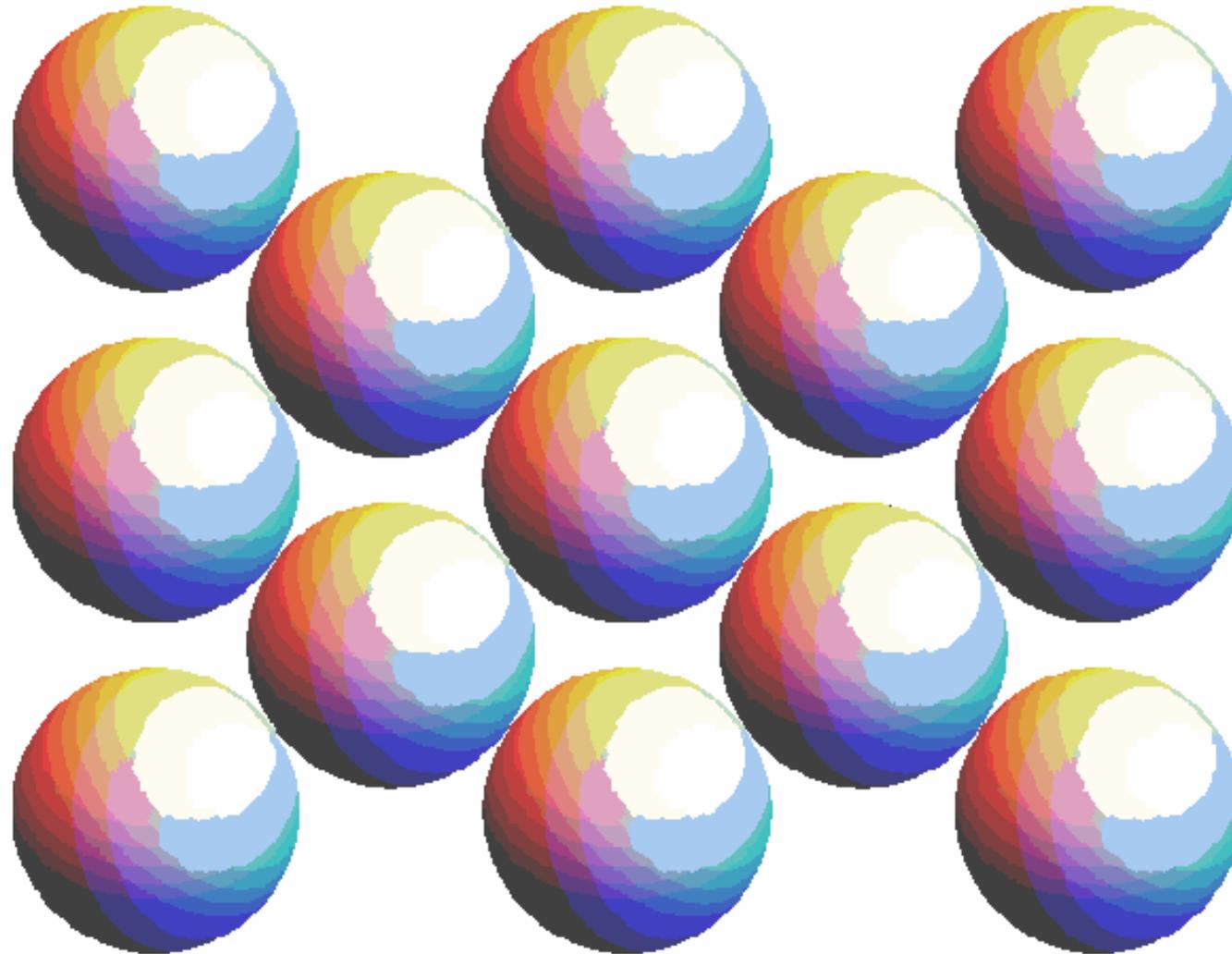


Затем численное физическое решение системы подставляется в Брэгги, диффузные стержни и плоскости и выражения для параметров решетки:

$$\left\{ \begin{array}{l} a'_x = a(1 + \lambda\eta_{xy} + \lambda\eta_{x\bar{y}})(1 - k\eta_{yz} - k\eta_{y\bar{z}})(1 + \lambda\eta_{zx} + \lambda\eta_{z\bar{x}}) \\ a'_y = a(\lambda\eta_{x\bar{y}} - \lambda\eta_{xy}) \\ a'_z = a(\lambda\eta_{z\bar{x}} - \lambda\eta_{zx}) \\ b'_x = a(\lambda\eta_{x\bar{y}} - \lambda\eta_{xy}) \\ b'_y = a(1 + \lambda\eta_{xy} + \lambda\eta_{x\bar{y}})(1 + \lambda\eta_{yz} + \lambda\eta_{y\bar{z}})(1 - k\eta_{zx} - k\eta_{z\bar{x}}) \\ b'_z = a(\lambda\eta_{y\bar{z}} - \lambda\eta_{yz}) \\ c'_x = a(\lambda\eta_{z\bar{x}} - \lambda\eta_{zx}) \\ c'_y = a(\lambda\eta_{y\bar{z}} - \lambda\eta_{yz}) \\ c'_z = a(1 - k\eta_{xy} - k\eta_{x\bar{y}})(1 + \lambda\eta_{yz} + \lambda\eta_{y\bar{z}})(1 + \lambda\eta_{z\bar{x}} + \lambda\eta_{z\bar{x}}). \end{array} \right.$$

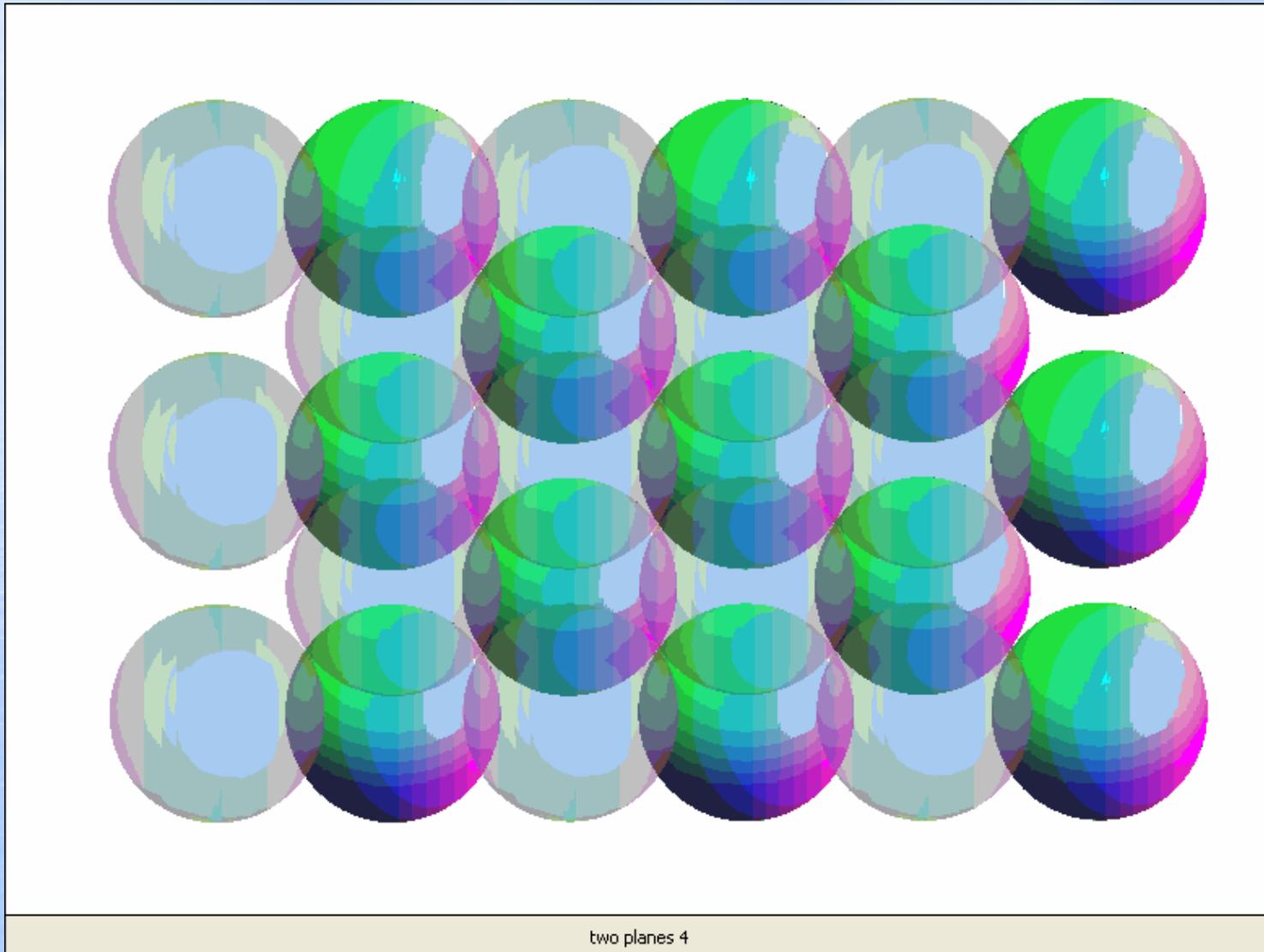
И общая картина происходящего, как на ладони !

# *Контракция одной плоскости (110)*



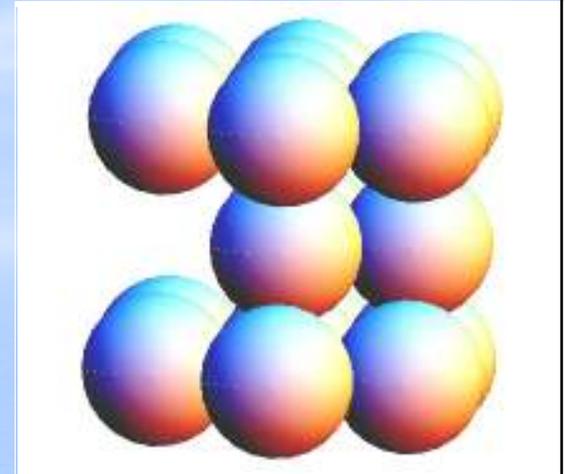
one plane 3

# *Колебания и сдвиги двух плоскостей (110)*

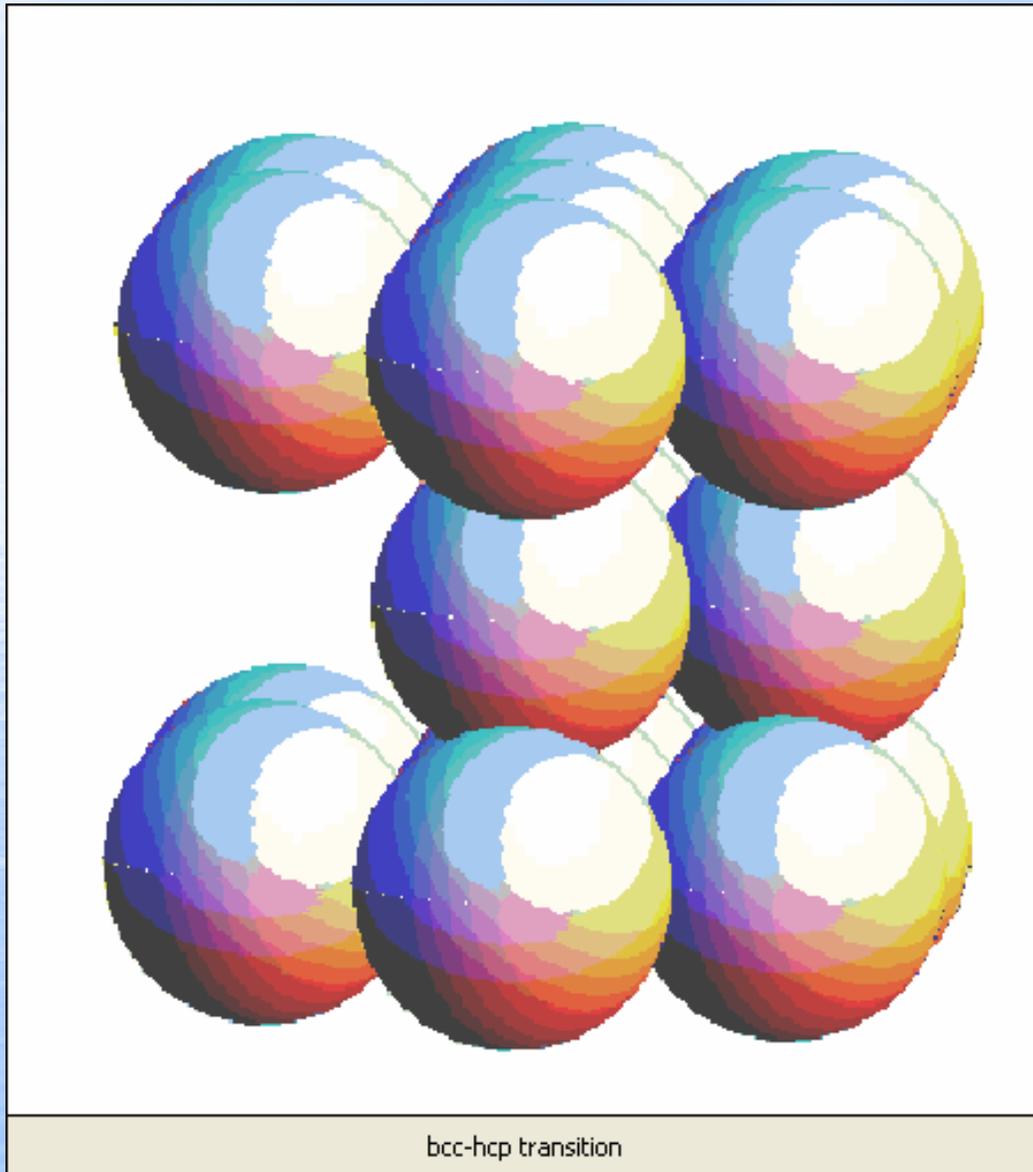
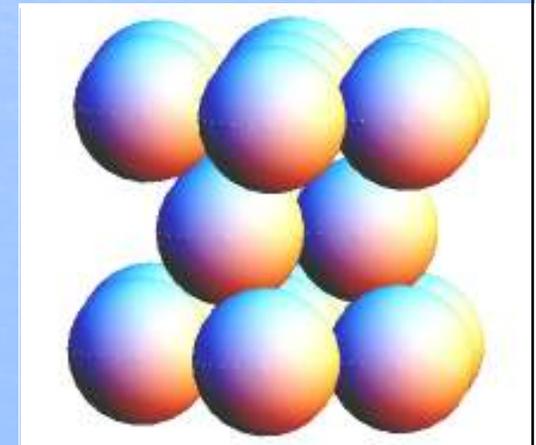


# Переход ОЦК-ГПУ в прямом пространстве

ИСХОДНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ АТОМОВ



КОНЕЧНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ АТОМОВ



процесс перехода: упаковка плоскостей по схеме + - + - + -

## *ОЦК-ГПУ температурная эволюция рассеяния*

При высокой температуре существует шесть семейств диффузных стержней по направлениям типа  $[110]$ , три семейства плоскостей типа  $(100)$  и четыре семейства плоскостей типа  $(111)$  с однородной интенсивностью внутри каждого образа. При понижении температуры до фазового перехода на диффузных стержнях возникают и плавно растут пики (из-за температурной зависимости функции  $L$ ), причем одинаково в каждом семействе. Аналогично модулируются и плоскости, но каждая из плоскостей модулируется не одной, а двумя или тремя функциями  $L$ .

В точке фазового перехода в одном из семейств стержней (соответствующих ведущему компоненту параметра порядка) пики скачком возрастают, а в остальных семействах стержней скачком убывают. Кроме того, интенсивности всех плоскостей скачком падают.

## *ОЦК-ГПУ температурная эволюция рассеяния 2*

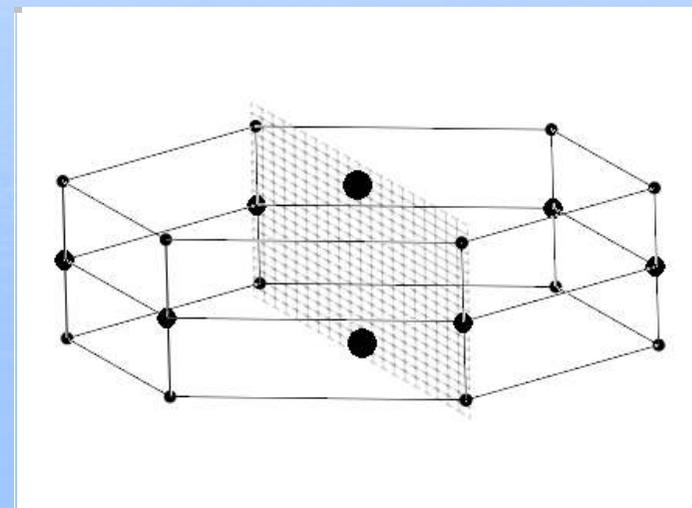
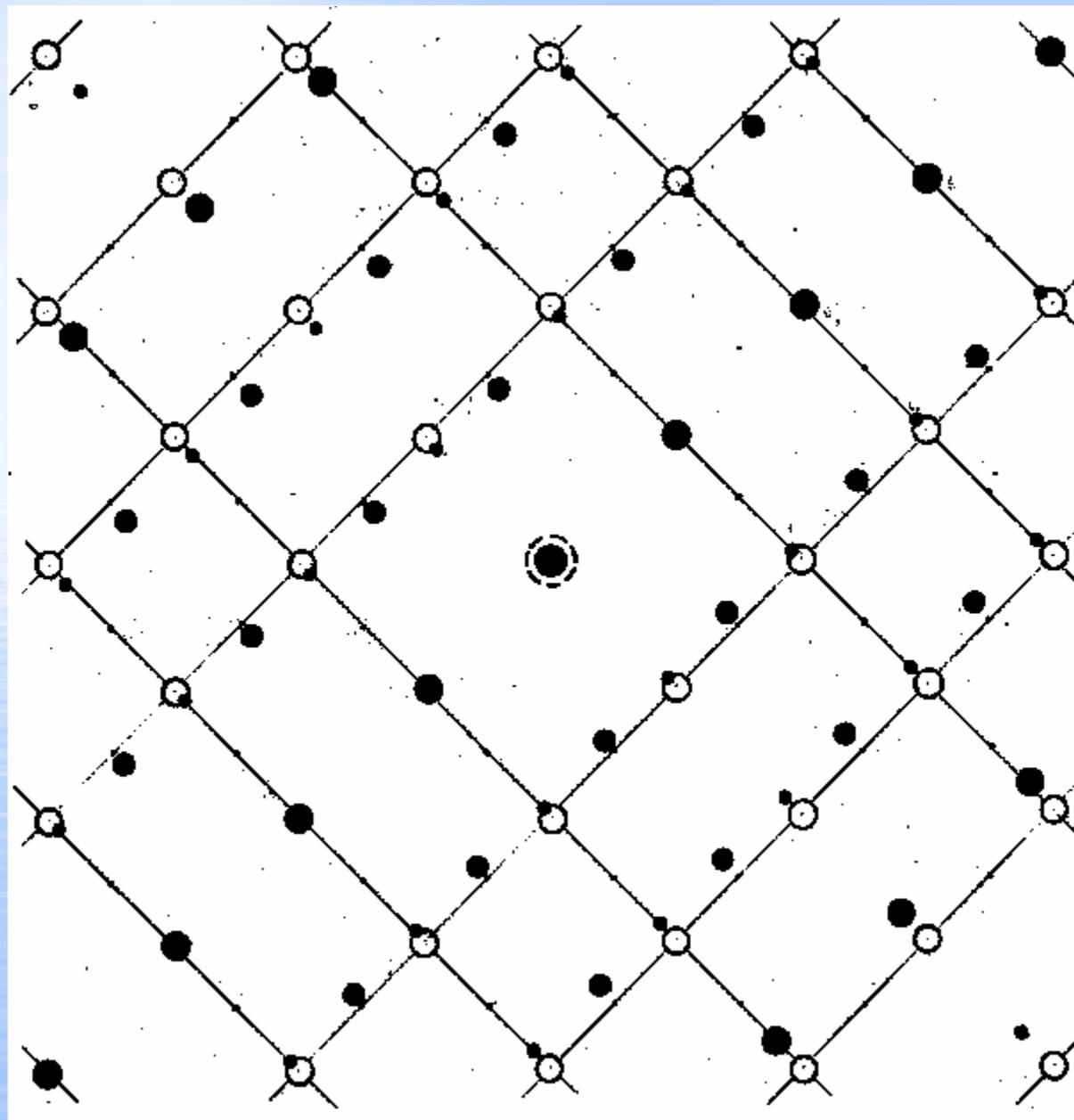
При дальнейшем понижении температуры пики одного семейства стержней растут и превращаются Брэгговские пики с интенсивностью  $3/4$  при  $T=0$ , а интенсивность всех остальных диффузных образов уменьшается и стремится к нулю при  $T=0$ .

### *ОЦК-ГПУ температурная эволюция Брэгговских пиков*

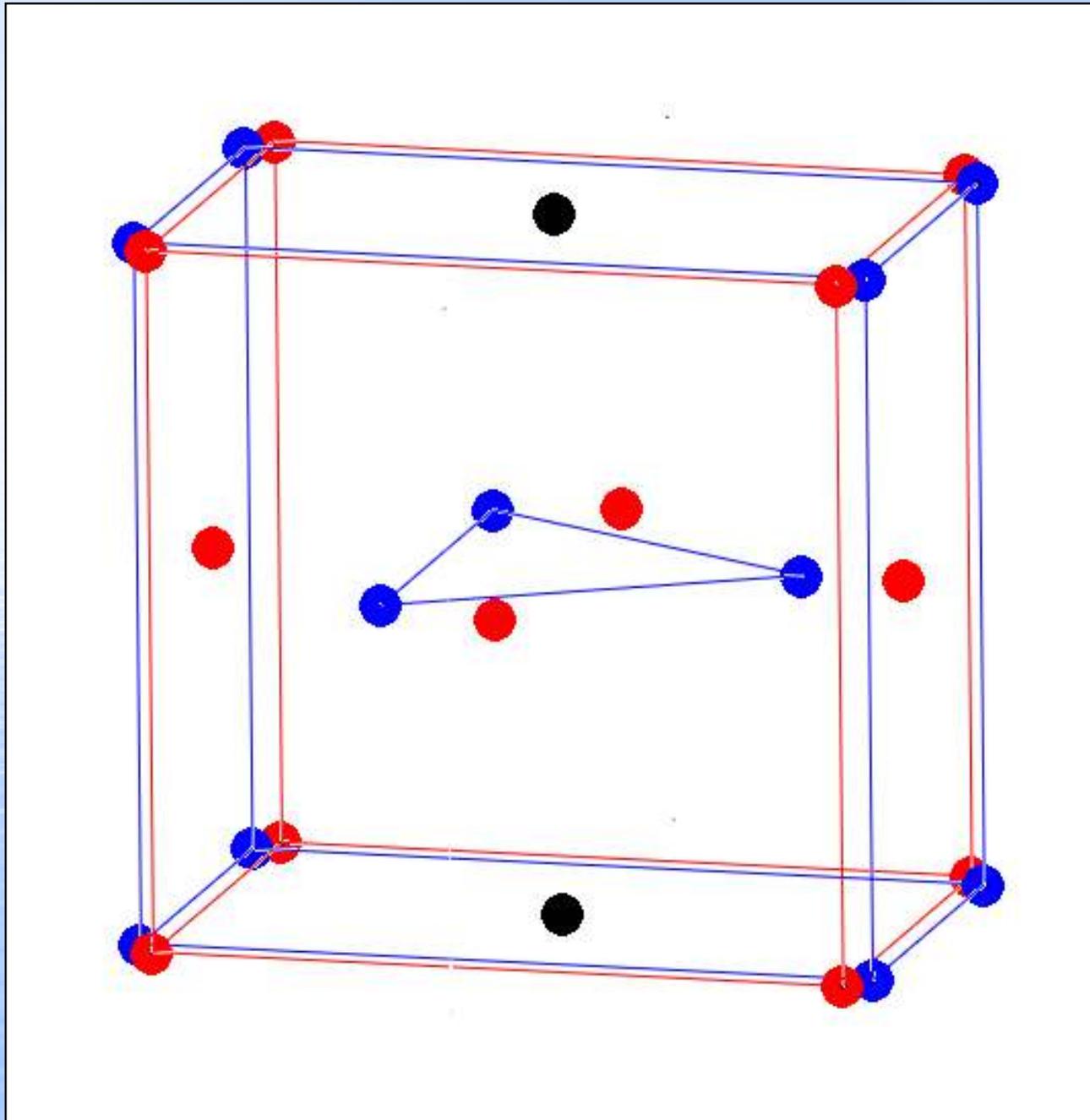
В точке фазового перехода половина Брэгговских пиков скачком падает. Их интенсивность при дальнейшем понижении температуры продолжает уменьшаться и стремится к  $1/4$  при  $T=0$ . Интенсивность другой половины Брэгговских пиков меняется очень слабо, стремясь к единице при  $T=0$ .

(Интенсивность пиков измеряется в единицах исходных ОЦК пиков в пренебрежении зависимости форм-фактора от волнового вектора).

*При переходе ОЦК-ГПУ число Брэггов удваивается!*



## *Истинных перехода два !*

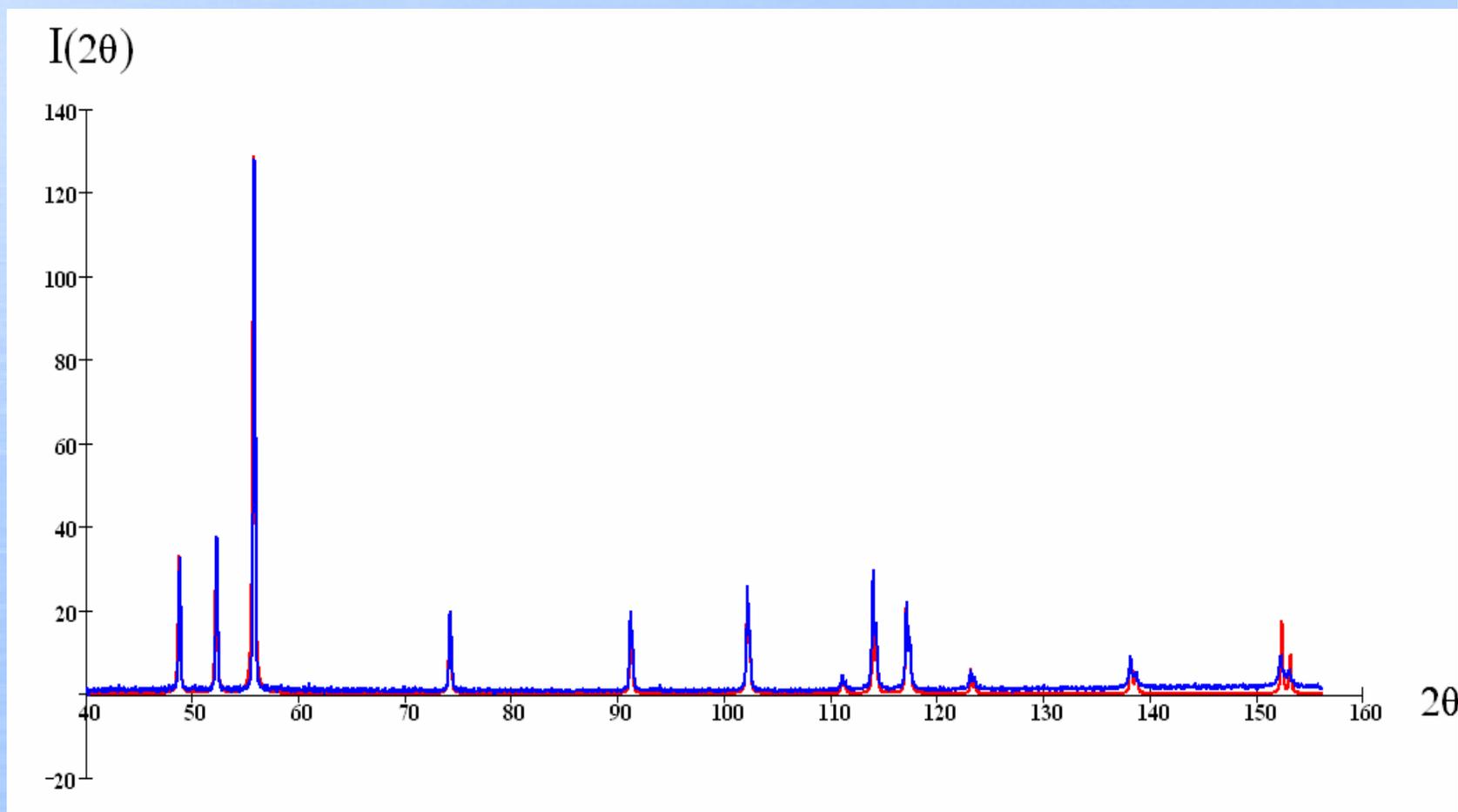


Самый удобный для понимания выбор элем. ячеек в ОЦК и ГПУ. Фактически сначала переход ОЦК-орторомб, а затем постепенно при  $T \rightarrow 0$  приходим к переходу орторомб-ГПУ.

ЭЛЕМЕНТ	$c/a$
Li	1.357
Na	1.627
Be	1.567
Hf	1.582
Mg	1.624
Os	1.579
Re	1.615
Ru	1.584
Sc	1.594
Sr	1.636
Tc	1.604
Te	1.33
Tl	1.599
Y	1.571
Zr	1.593
Gd	1.588
Ho	1.57
Dy	1.573
La	1.619
Lu	1.585
Nd	1.614
Tb	1.581
Tm	1.57
Ti	1.59
Er	1.57

## Сравнение с экспериментом

Во-первых,  $c/a$  всегда меньше, чем идеальное 1.633, а в теории  $c = \text{const.}$ , а плоскости стремятся к плотной упаковке только при  $T=0$ . Но кроме этого грубого факта еще и гексагональность нарушается, и все это можно засечь на рентгенограмме.

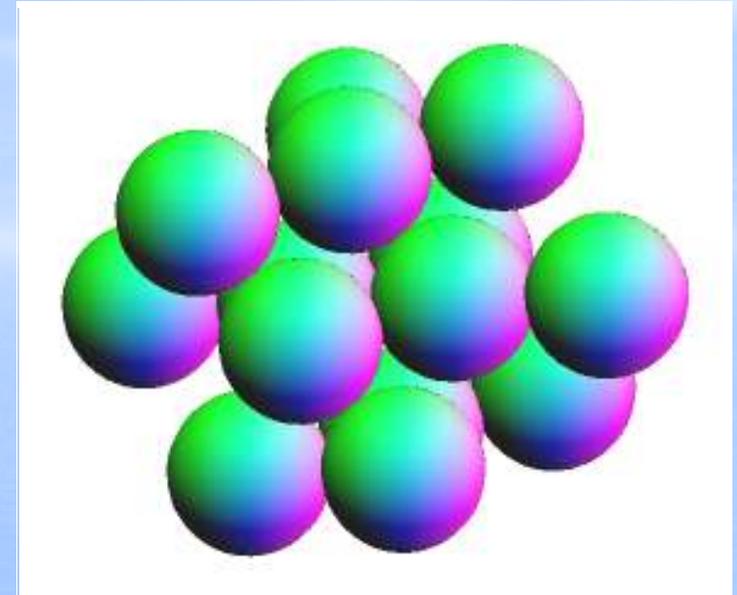


# Переходы из ОЦК

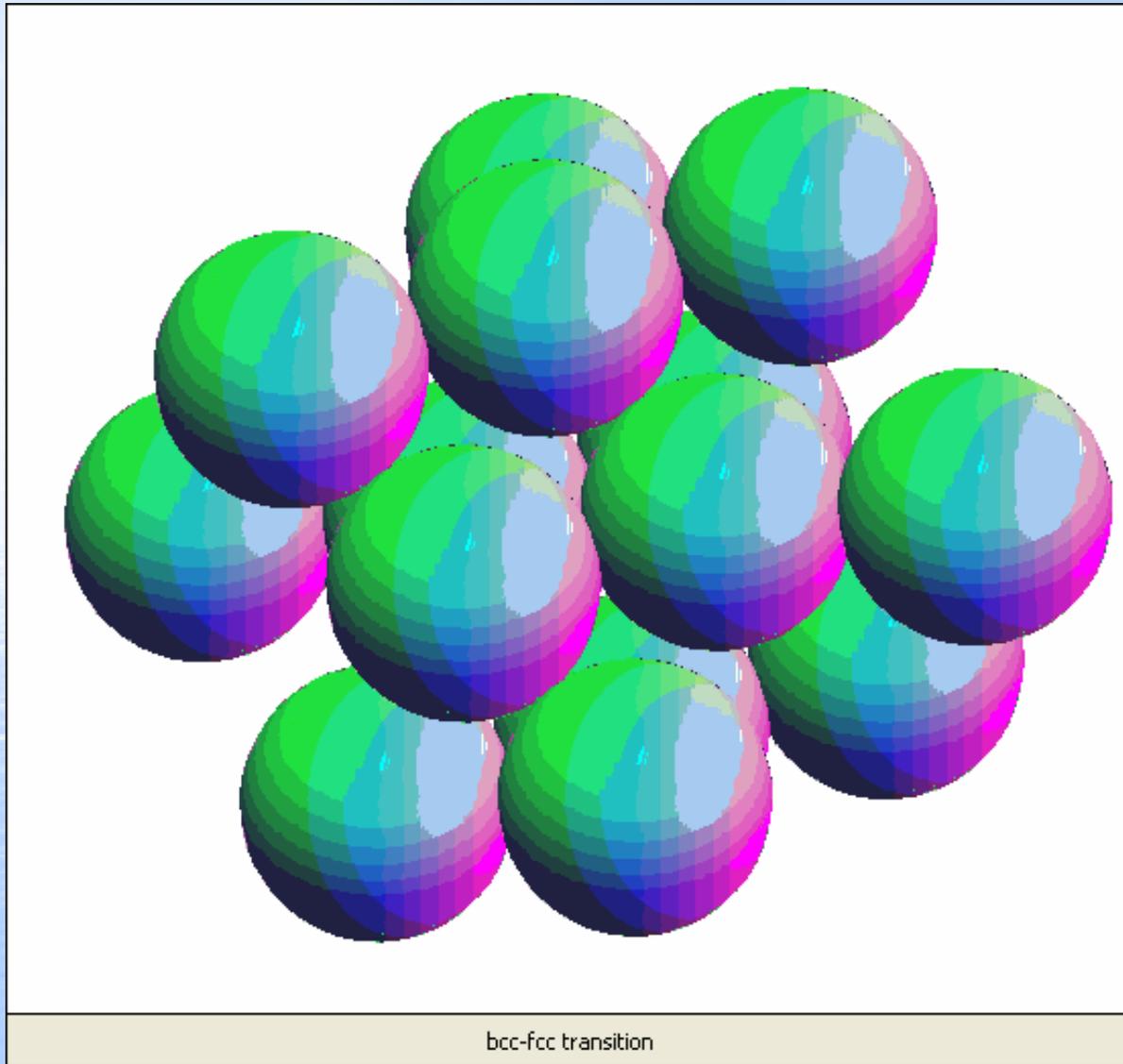
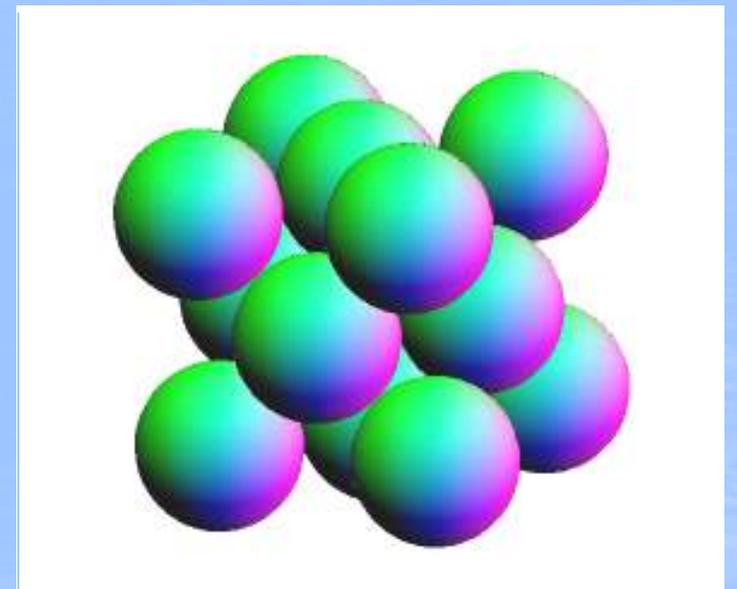
МЕТАЛЛЫ									
T	Li	Ca	Fe	Yb	Gd	Pr	Ce	La	Pu
↓	Na	Sr			Tb	Nd		Am	(pure)
	bcc	bcc	bcc	bcc	bcc	bcc	bcc	bcc	bcc
	hcp	fcc	fcc	fcc	hcp	dhcc	fcc	fcc	fcc
			bcc				dhcp	dhcp	dhcp
							fcc		

# Переход ОЦК-ГЦК

ИСХОДНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ АТОМОВ



КОНЕЧНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ АТОМОВ

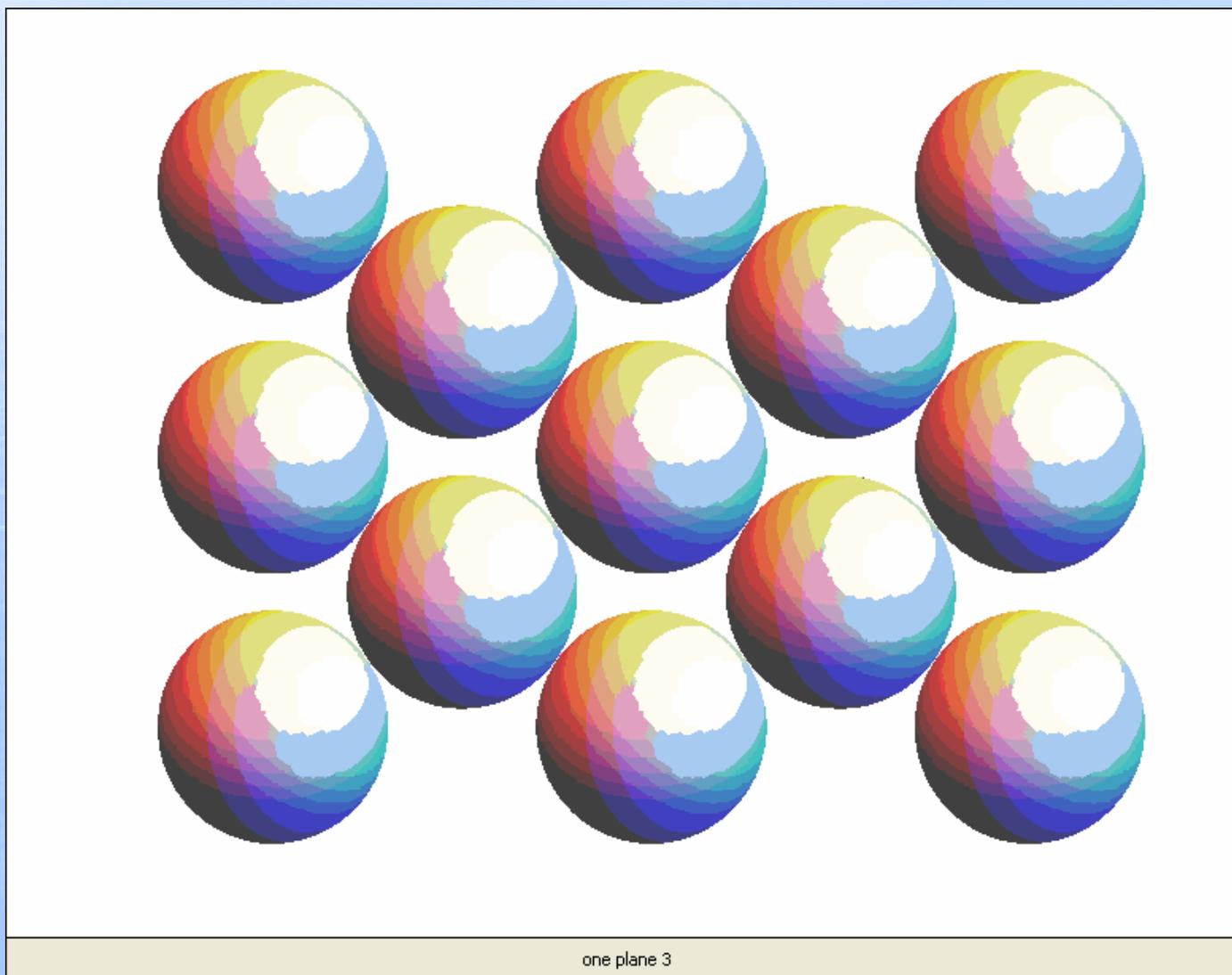


процесс перехода

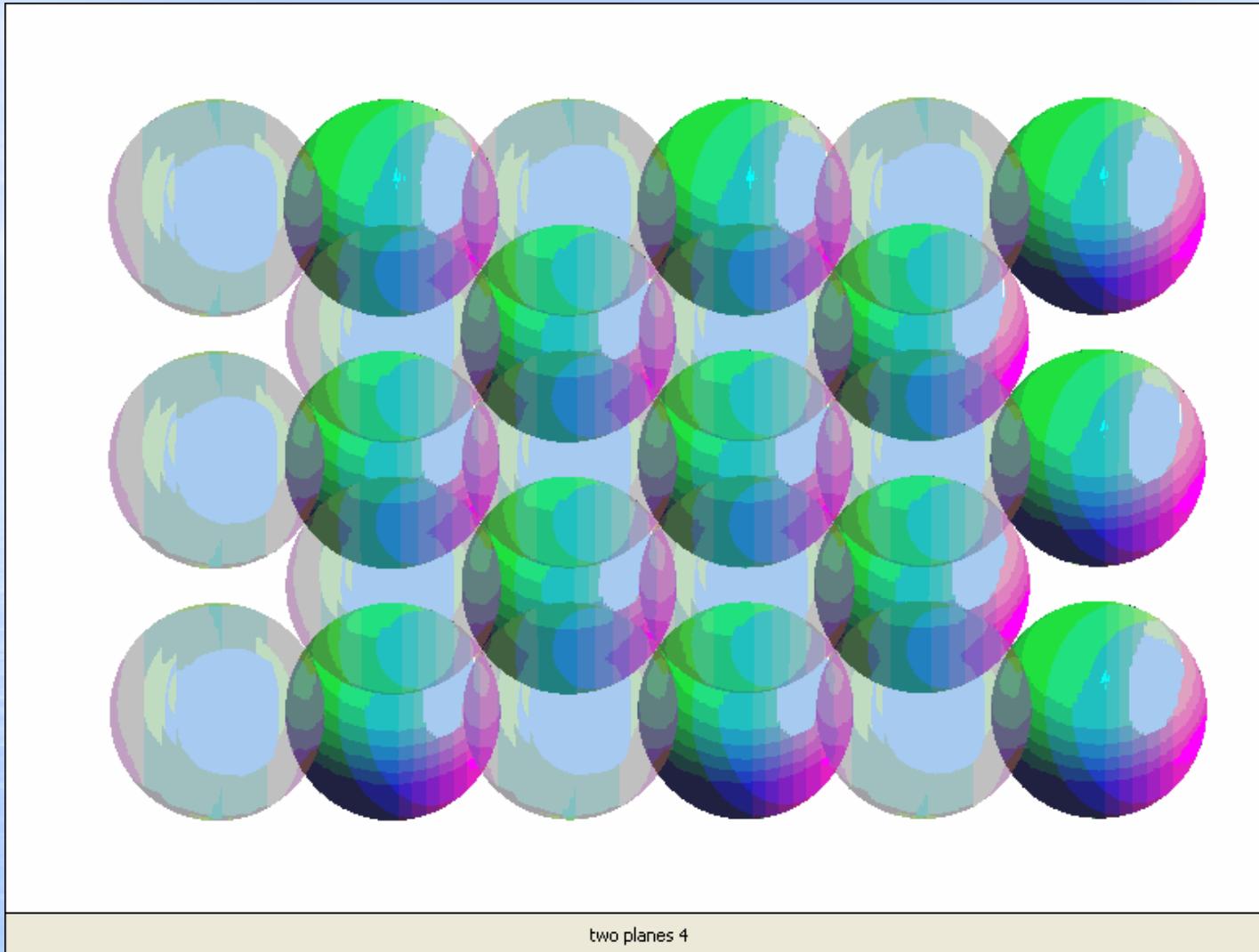
## *Переход ОЦК-ГЦК*

В процедуре расчетов ничего не меняется, кроме знака взаимодействия ( $J > 0$ ).

*Контракция одной плоскости (110) сохраняется*



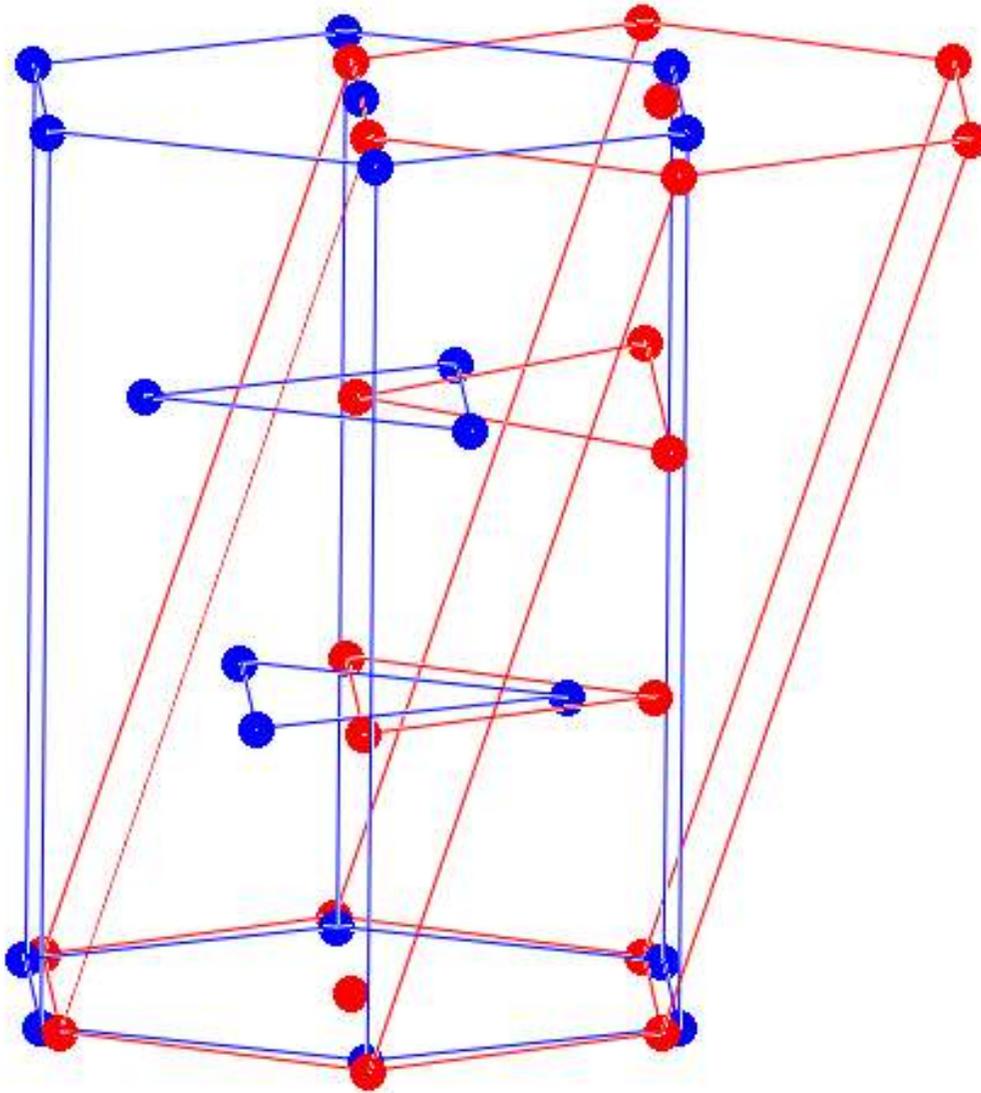
*Колебания и сдвиги двух плоскостей (110) сохраняются*



Но только упаковываются плоскости теперь по «ферромагнитной» ( $J > 0$ ) схеме:

+++++

# Сдвиги атомов в ячейке



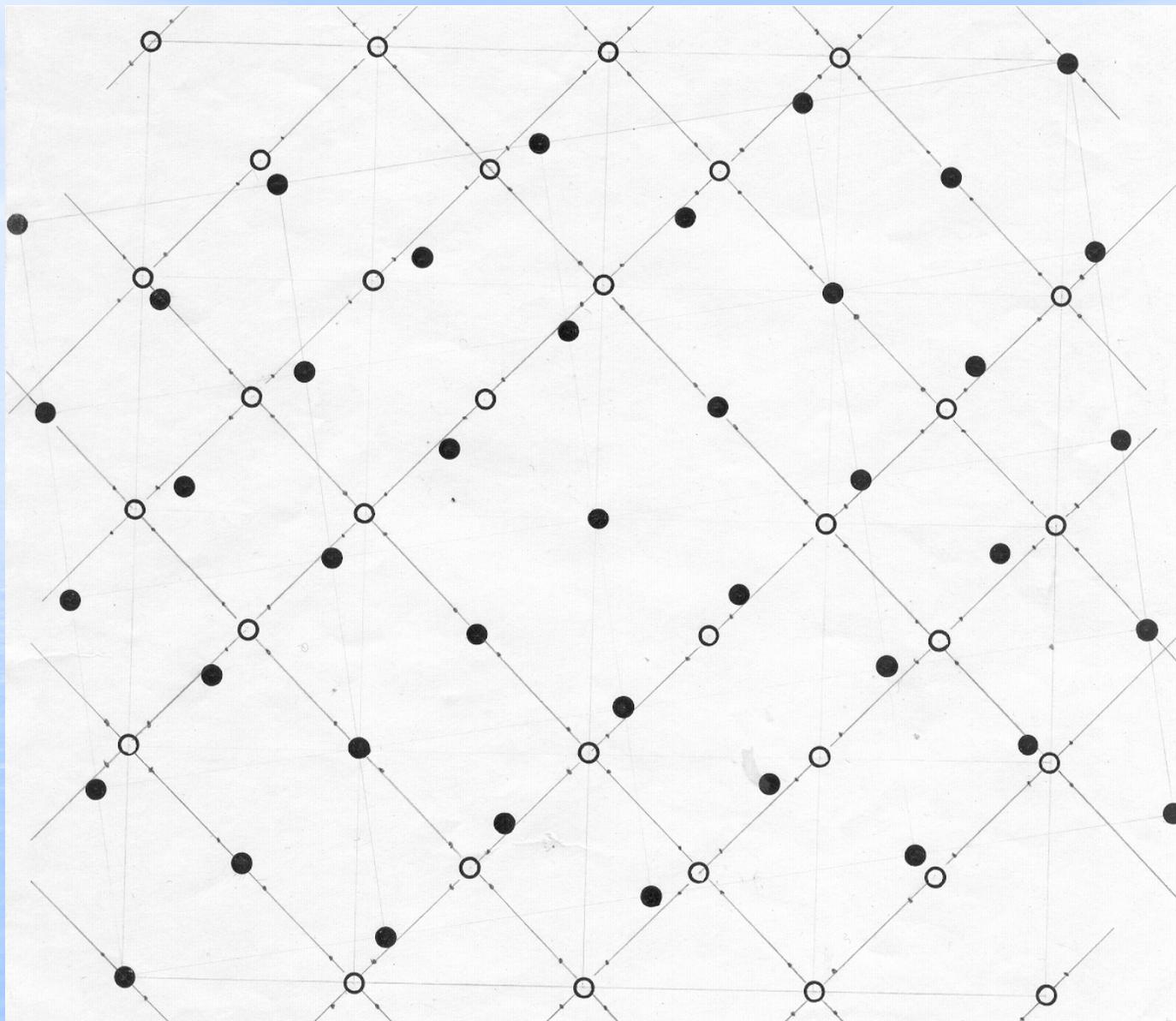
Самый удобный для понимания выбор элем. ячеек в ОЦК и ГЦК. Фактически сначала переход ОЦК-моноклин, а затем постепенно при  $T \rightarrow 0$  приходим к переходу моноклин- ГЦК.

## Переход ОЦК-ГЦК в обратном пространстве

При высокой температуре существует шесть семейств диффузных стержней по направлениям типа  $[110]$ , три семейства плоскостей типа  $(100)$  и четыре семейства плоскостей типа  $(111)$  с однородной интенсивностью внутри каждого образа. При понижении температуры до фазового перехода на диффузных стержнях возникают и плавно растут пики (из-за температурной зависимости функции  $L$ ), причем одинаково в каждом семействе. Аналогично модулируются и плоскости, но каждая из плоскостей модулируется не одной, а двумя или тремя функциями  $L$ .

В точке фазового перехода в одном из семейств стержней (соответствующих ведущему компоненту параметра порядка) пики скачком возрастают, а в остальных семействах стержней скачком убывают. Кроме того, интенсивности всех плоскостей скачком падают. При дальнейшем понижении температуры пики одного семейства стержней растут и превращаются Брэгговские пики с интенсивностью  $3/4$  при  $T=0$ , а интенсивность всех остальных диффузных образов уменьшается и стремится к нулю при  $T=0$ . В точке фазового перехода половина Брэгговских пиков скачком падает. Их интенсивность при дальнейшем понижении температуры продолжает уменьшаться и стремится к  $1/4$  при  $T=0$ . Интенсивность другой половины Брэгговских пиков меняется очень слабо, стремясь к единице при  $T=0$ . Но только попадают диффузные пики ( $3/4$ ) точно в те Брэгги, где  $1/4$ .

*ОЦК-ГЦК одна из плоскостей обратной решетки*



# *Литература*

1. *Comès R., Lambert M. and Guinier A.* «Desordre lineaire dans les cristaux (cas du silicium, du quartz et de perovskites ferroelectriques)». *Acta Cryst.* 1970. V. A26. P. 244—254.
2. *F.A. Kassin-Ogly V.E. Naish and I.V. Sagaradze,* «Diffuse Scattering and Structural Phase Transitions», *Phase Transitions*, **49**, 89—141 (1994).
3. *Ф.А. Кассан-Оглы, В.Е. Найш и И.В. Сагарадзе,* «Диффузное рассеяние в металлах с ОЦК решеткой и кристаллогеометрия мартенситных фазовых переходов ОЦК—ГЦК и ОЦК—ГПУ». *ФММ.* **65** (3), 481—492 (1988).
4. *Ф.А. Кассан-Оглы, В.Е. Найш и И.В. Сагарадзе,* «Теория температурной эволюции диффузного рассеяния и фазового перехода ОЦК—ГПУ», *ФММ.* **68** (2), 253—263 (1988).
5. *Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшиц,* Теоретическая физика, т.5. Статистическая физика. Изд. «Наука». Москва (1964).

*Благодарю за внимание*